

どこまでもついてくる  
どこまでもついてくる

# 闇の関係



3年B組

横田 千晴

### 【研究の動機】

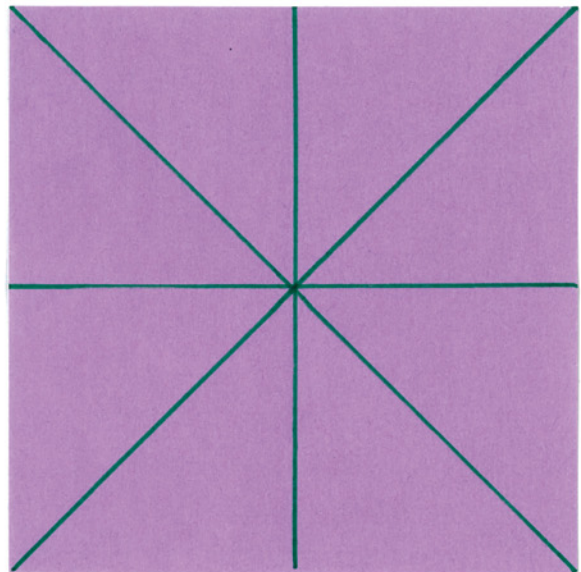
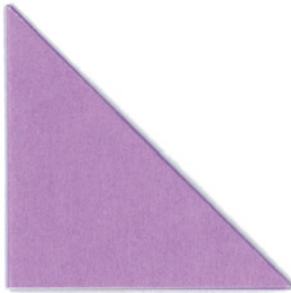
昨年の数学レポートでは折り紙の折った回数とできる面の数について関数関係があるのかどうかを調べた。単純な折り方（同じ形で小さく折っていく折り方 図1）では、折る回数とできる面の数に関数関係があることがわかり、式に表すことができる。

「かぶと」のような簡単な作品（図2）を折った時も、折る回数とできる面の数は1対1対応なので関数と言える。しかし、一つの式に表すことはできず、いくつかの関数の集まりとなった。

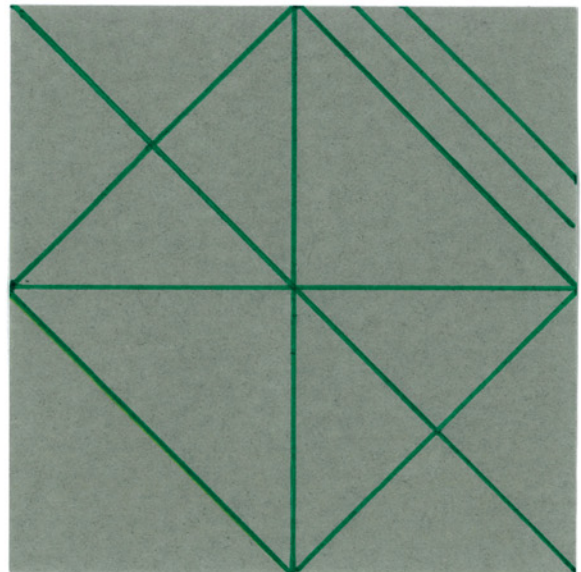
私はいつも、折り紙を折った後、紙を広げて見たときに、折り目や面の形が対称になっていて、とても美しいと思う。自分では描けないようなデザインになっているけれど、その面や線の増え方が規則的に増えているような気がしていた。昨年の研究では、折る回数とできる面の数に関数であることはわかったけれど、出来上がった面の数や線の数にも規則があるのかどうかは調べなかった。

そこで、今年は、もう一度折り紙の折る回数や、折り目、面の数、などについて何か規則が隠れていないかを調べてみたいと思った。

(図1)



(図2)



## 【研究の方法】

(1) 規則があるかどうかを調べる。

- ① 折り紙を折り、一回ずつ折った紙を開き、折り目（線）にラインを引く。
- ② 折れる所まで小さく折り（だいたい4回程度）、①と同様の作業をする。
- ③ 広げた紙を並べ、それぞれの面の数、線の数、点の数を調べ、表にまとめる。
- ④ 規則がないか調べる。

(2) 折り方の違いについて調べる。

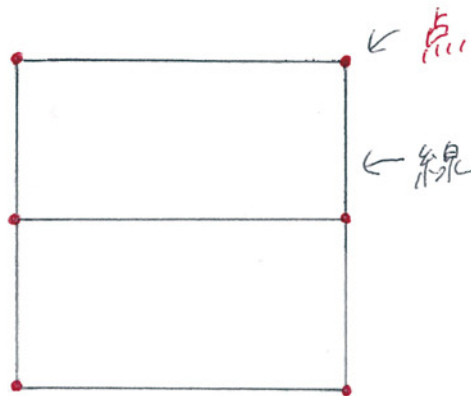
- ① (1) では三角折りで調べるが、四角折りについても同様に表にまとめる。
- ② きちっと端を揃えて折るのとは違う、適当な折り方についても調べる。
- ③ 折り方によって違いがあるのか調べる。

(3) 折り紙の形について調べる。

- ① (1) (2) では、一般的な正方形の折り紙を使ったが、円形の折り紙についても同様に表にまとめる。
- ② 折り紙の形によって違いがあるのか調べる。

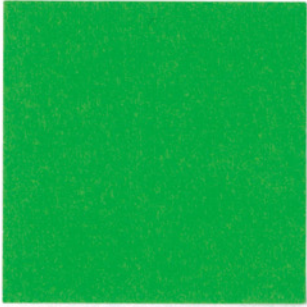


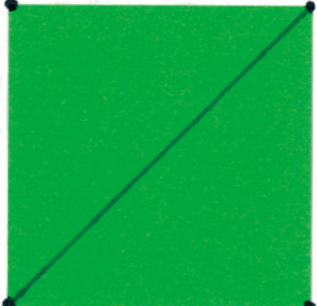
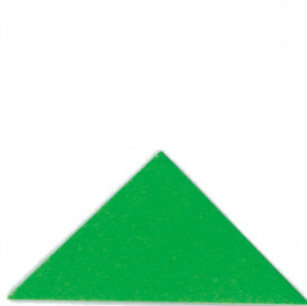
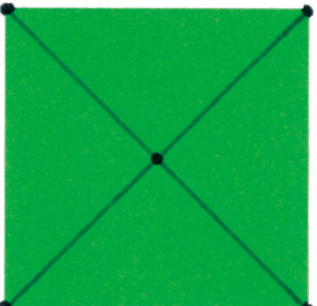

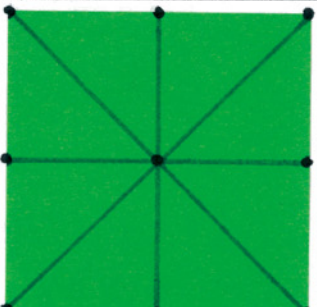

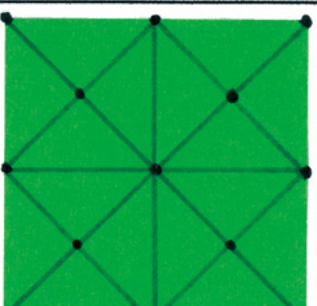
### ☆共通事項

- ・ 折り紙の辺も、線の数にカウントする。
- ・ 折り紙の辺、折り目に囲まれた部分を面とする。
- ・ 折り目どうしの交点、折り目と紙の辺との交点、辺どうしの交点を点の数とカウントする。




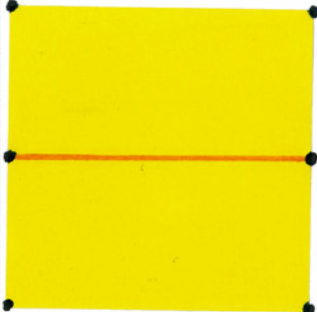

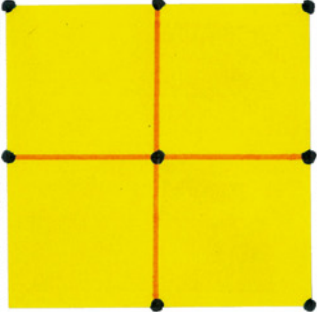

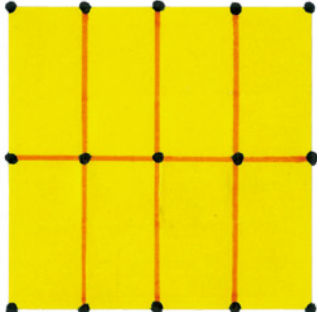

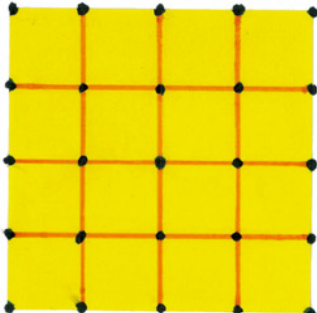





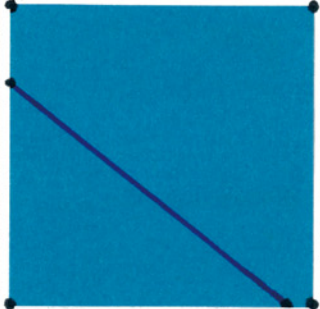

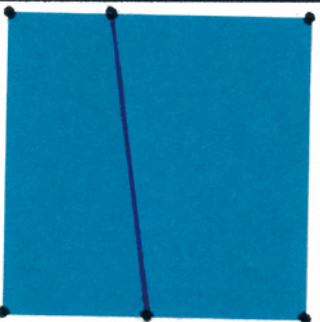
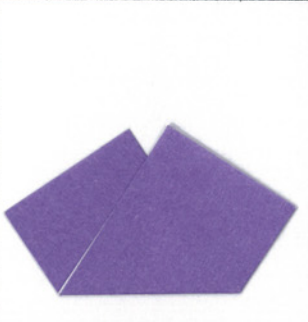
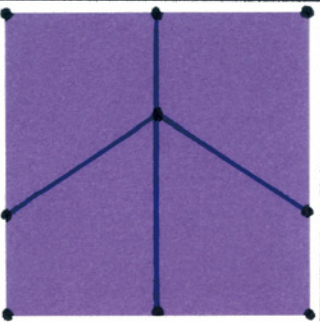

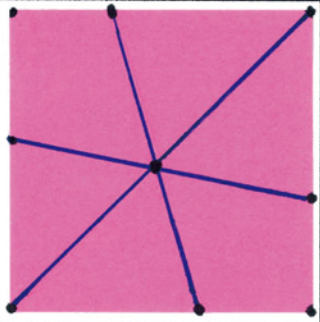

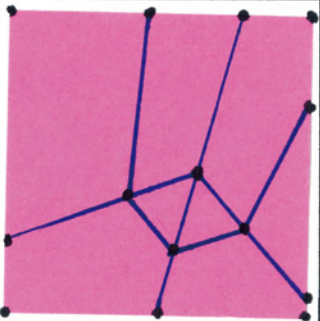
(1) 三角折りの場合

回数	折った状態	広げた状態	点の数	線の数	面の数
0			4	4	1
1			4	5	2
2			5	8	4
3			9	16	8
4			13	28	16

(2) 四角折りの場合

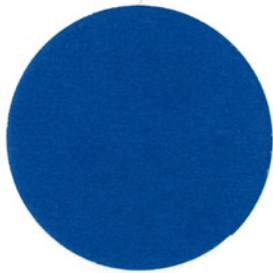
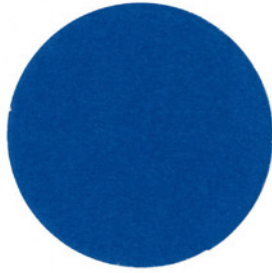

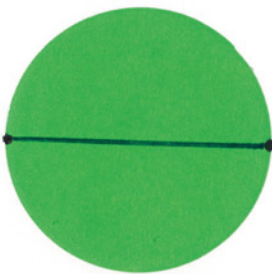

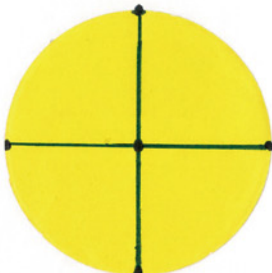

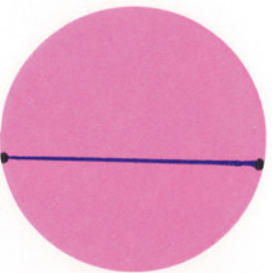

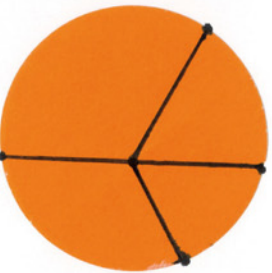
回数	折った状態	広げた状態	点の数	線の数	面の数
0			4	4	1
1			6	7	2
2			9	12	4
3			15	22	8
4			25	40	16

(2)-2 適当に折った場合

回数	折った状態	広げた状態	点の数	線の数	面の数
1			6	7	2
1			6	7	2
2			9	12	4
3			9	14	6
3			14	21	8



(3) 円形の折り紙の場合

回数	折った状態	広げた状態	点の数	線の数	面の数
0			0	1	1
1			2	3	2
2			5	8	4
(適当) 1			2	3	2
(適当) 2			5	8	4

【結果】

(研究1) 三角折りについて規則があるかどうかを調べた結果、以下のようになった。

折った回数	点の数	線の数	面の数
0	4	4	1
1	4	5	2
2	5	8	4
3	9	16	8
4	13	28	16

点の数と面の数の合計から1を引くと線の数になっている。

★三角折りでは、

点の数 + 面の数 - 1 = 線の数 となることがわかった。

(研究2) 折り方の違いについて調べた結果、以下のようになった。

1. 四角折りの場合

折った回数	点の数	線の数	面の数
0	4	4	1
1	6	7	2
2	9	12	4
3	15	22	8
4	25	40	16

点の数と面の数の合計から1を引くと線の数になっている。

★四角折りでも、

点の数 + 面の数 - 1 = 線の数 となることがわかった。

2. 適当な折り方の場合

折った回数	点の数	線の数	面の数
1	6	7	2
1	6	7	2
2	9	12	4
3	9	14	6
3	14	21	8

点の数と面の数の合計から1を引くと線の数になっている。

★適当な折り方でも、

点の数 + 面の数 - 1 = 線の数 となることがわかった。



★以上のことより、折り方には関係なく、  
 $\text{点の数} + \text{面の数} - 1 = \text{線の数}$   
 の関係があることがわかった。

(研究3) 折り紙の形について調べた結果、以下のようになった。

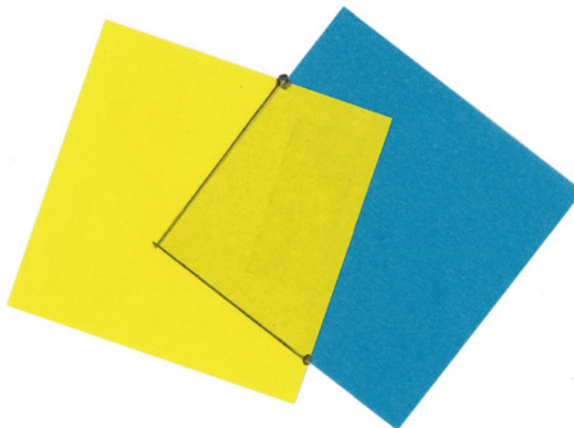
折った回数	点の数	線の数	面の数
0	0	1	1
1	2	3	2
2	5	8	4
適当な折り方			
1	2	3	2
2	5	8	4

← 例外

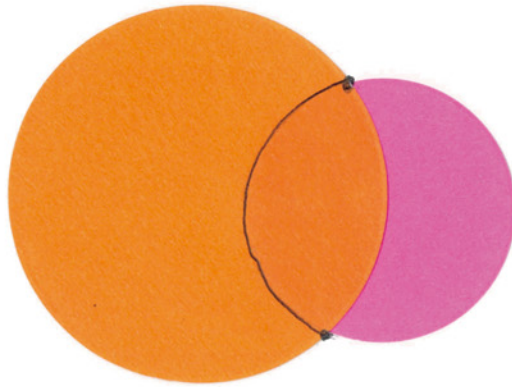
★円形の折り紙の場合でも、折り方には関係なく、  
 $\text{点の数} + \text{面の数} - 1 = \text{線の数}$   
 の関係があることがわかった。  
 ゆえに、折り紙の形にはよらないこともわかった。

★ただし、円形で折った回数が0回の場合だけ、この規則に当てはまらなかった。(例外)

(研究4) 折り紙を適当に折って、色々な形が重なっても  
 $\text{点の数} + \text{面の数} - 1 = \text{線の数}$  の関係が成り立っていたので、  
 追加の実験として、2枚の折り紙を適当に重ねた場合についても  
 成り立つのか試してみた。



点の数 ... 9  
 線の数 ... 12  
 面の数 ... 3



点の数 ... 2  
 線の数 ... 4  
 面の数 ... 3

★以上のことより、紙を重ねた場合でも  
 点の数 + 面の数 - 1 = 線の数  
 の関係があることがわかった。

【考察】

今回の研究では、折り紙の点と線と面の関係について、規則があることがわかったのが嬉しかった。しかし、なぜ **点の数 + 面の数 - 1 = 線の数** になるのかを考えた  
 が証明することができなかった。

私は、4分割された四角を、4つのばらばらの四角が重なったものとして考えてみた。



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{点の数} = \text{面の数} \times 4 - \text{重なるの数} \times 2 + 1 \quad \dots \text{①} \\ \text{線の数} = \text{面の数} \times 4 - \text{重なるの数} \times 1 \quad \dots \text{②} \end{array} \right.$$

連立方程式として、重なるの数を消去すると  
 ②より、重なるの数 = 面の数 × 4 - 線の数  
 ①に代入すると、  
 点の数 = 面の数 × 4 - (面の数 × 4 - 線の数) × 2 + 1  
 点の数 + 面の数 × 4 - 1 = 線の数 × 2

となってしまった。この式は、面の数が4の時だけ成立し、他の場合にはあてはまらない。結局、**点の数 + 面の数 - 1 = 線の数** を導くことはできなかった。

折り紙を折った場合で調べ始めたが、途中で思いついた「紙を重ねた場合」についても同じような規則が当てはまるので驚いた。

また、折り目を付けない円だけの場合も、規則に当てはまらない例外であることにも気づいた。ただ、折り紙として折ったり、重ねたりした場合には、正方形の折り紙と同様の関係になるのが不思議だった。

### 【感想】

折り紙って、やっぱりすごいなと思った。しかし、規則が見つけれられたのに、どうしてそうなるのかわからなくて悔しい。ただ、唯一、折り目をつけなただの円だけは、規則に当てはまらずに、例外でいることに感動した。円は、規則に縛られない自由な形なのかもしれない。

研究を進めるうちに、結局、適当に重なった図形において、**点の数 + 面の数 - 1 = 線の数**の規則が当てはまるということは、折り紙でなくても適当に描いた図形についても当てはまるのではないかと思い、試しにフリーハンドで星型を描いてみた。

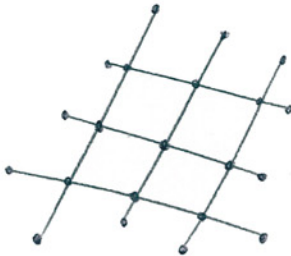


点の数・・・10  
線の数・・・15  
面の数・・・6

なんと、こんな形でも、あの関係が成り立っている！  
もしかして、と思い、まったくでたらめに描いた図形では・・・



点の数・・・5  
線の数・・・7  
面の数・・・3



点の数・・・21  
線の数・・・24  
面の数・・・4

やっぱり、点の数 + 面の数 - 1 = 線の数 の関係が成り立っている！！

点と線と面は絵の中で、私たちの知らない関係で結ばれているようだ。

気軽に描いている落書きの中にも奴らの関係が忍び込んでいる。

どこまでもこの関係が追いかけてくるようで怖い！

このままでは、闇の世界に飲み込まれそうなので、もう終わりにしよう・・・。



『果たして、闇の関係から逃げ切ることができるのだろうか。』