

日本の理数科教育をサポートする

Rimse

Research Institute for Mathematics and Science Education

No.

30

February

2021

特集 数学と産業 I

塩野直道記念 第8回「算数・数学の自由研究」作品コンクール 受賞作品の発表



Contents

表紙裏

巻頭言

若者の「生きる力」を培う理数教育を

科学技術振興機構 研究開発戦略センター長 野依 良治

特集 数学と産業 I

- 2 **I** 量子コンピュータ作りと数学
東京理科大学副学長・理学部一部数学科教授 若山 正人
- 6 **II** 臨床医学と数理科学の協働の営み
東北大学材料科学高等研究所 (WPI-AIMR) 副所長 水藤 寛
- 10 **III** 機械学習の考え方と応用, そして数学・数理科学との関わり
九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所 教授 河原 吉伸

塩野直道記念

第8回「算数・数学の自由研究」作品コンクール
受賞作品の発表

- 15 受賞者一覧
- 20 作品の審査を終えて —中央審査委員からのメッセージ—
- 22 表彰の集い
- 23 最優秀賞・優秀賞・特別賞 —受賞作品の紹介と講評—

- 33 **連載** 1枚の図から地球を考える
～地球はどんなところか～ 第4回

震度分布図から見えること

開成中学校・高等学校 教諭 有山 智雄

- 36 **連載** 統計の見方・読み方・使い方 第7回
バレルの法則から読み解く問題解決と統計グラフ

慶應義塾大学大学院健康マネジメント科 教授 渡辺 美智子

- 39 **連載** 物理法則の科学史 第7回
ケプラーの法則

国立科学博物館理工学研究部 研究員 有賀 暢迪

- 42 **教育に新しい風を**

からたちハウス

—子どもたちの成長と自立を支援する第三の居場所—

小田原市教育委員会 前教育長 前田 輝男

- 44 **広場** 地域教育で活躍する人々 第29回
世界的に認められた数学者岡潔の出身地橋本市で
理数教育を楽しいものに!

橋本市岡潔数学 WAVE 会長 木地 茂典

裏表紙

知られざる女性数学者の素顔 第10回

キャロライン・ハーシェル

～数学を応用して2500の星雲の星表を作成した天文学者～
サイエンスナビゲーター® 桜井 進

巻頭言

Kantougen



科学技術振興機構
研究開発戦略センター長

野依 良治 / のより りょうじ

1938年兵庫県生まれ。12歳で「ナイロンは石炭と水と空気からできる」と知り化学の力に感動する。1963年に京都大学大学院工学研究科修士課程修了。1968年に名古屋大学助教授、ハーバード大学博士研究員を経て、1972年に名古屋大学教授（現在特別教授）。2003年から理化学研究所理事長を務め（現在理研フェロー）、2015年から現職。日本学士院、ローマ教皇庁科学アカデミーの会員、さらに米国科学アカデミー、英国王立協会、中国科学院などの外国人会員に選出。日本学士院賞、文化勲章、米国化学会賞、ウルフ賞など国内外の顕彰多数。2001年に「不斉触媒反応の研究」によりノーベル化学賞を受賞した。

若者の「生きる力」を培う理数教育を

子供たちは生まれながらに、STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts, and Mathematics) に興味を持つ。様々な自然現象やあらゆる道具、ものの数や形に嬉々として向き合い、歌や楽器、絵やお伽話に夢中になる。まさに万能であり、時には驚くほど創造的である。人びとがこの「センス・オブ・ワンダー」を持ち続けて人生を歩めばさぞ幸せであり、また健全な社会風土を醸成するであろう。残念ながら硬直化した教育と職業制度、さらに様々な社会のしがらみがあるべき感性を削ぐ結果となっている。

中学高校生から「なぜ科学(理科)が大切なのか」と聞かれ「ゴーギャンの『われわれはどこから来たのか。われわれは何者か。われわれはどこへ行くのか』という作品がある。この問いに真面目に答えるためだ」としている。真つ当な自然観と人生観を培うが、さらに科学知識に基づく多彩な技術の発明は人間の生来の能力を外的に拡張し、自由を与えてきた。話を理解し、賛同してくれる若者は少なくないが、それでも理科は大学入学試験のための副次的教科に過ぎない考える人は多い。

真実を追究する科学の原点は、ソクラテスの「無知の知」にある。人びとは謙虚に無知であることを認めるべきだ。新しい知が生まれれば、未知の世界はさらに広がる。そして、科学は進歩し続ける宿命にある。その担い手は間違いなく若者たちである。不確実性に挑み新たな地平を開くのは、要領のいい優等生たちの定型的営みではなく、しばしば自学自習を旨とする「異能」たちの思い入れである。

理科に限らずあまりに「選択と集中」を重視し、上意下達で規定種目の競争を強いれば、必然的に思考法と技量の画一化を招き、多様性は損なわれる。驚きの大発見の多くが個人のセレンディピティーによってもたらされたことを銘記すべきで、定説的権威と独り戦う前衛、異端を排除してはならない。

同時に、今や「独創」とともに「共創」が重視される時代にも移りつつある。創造は個人的にどれだけ優れているかではなく、いかに多様な背景をもつ人々と接触する機会があるかにかかるともされる。特に、明確な目標をもつ科学技術開発などの実現は、日本社会に特有の「グループ」(同一種ないし血縁、地縁など、均質者たちの自然発生的な群れ)ではなく、機能的な「チーム」(目的達成のため多様な専門的技量者を集めた人

為的組織)によってのみ可能である。2019年のラグビーW杯で健闘した桜ジャージの「ジャパン」から学ぶところは多い。指導者たちの意識変革も大事だが、まず若者たちを世界に解き放ち、武者修行させ鍛えるべきだ。「異に出会う」ことが創造能力を触発する。ノーベル賞受賞者は、平均して国内外で4.6研究機関を経験しているではないか。

パスツールは「科学に国境はない。しかし、科学者には祖国がある」とした。科学は、言語、情緒(感性)、論理とともに文化形成の一要素であり、相互に強い関係性をもつ。世界の科学者たちは、万国共通の「形式知」だけではなく、それぞれに先人達から受けついできた「暗黙知」を背景に研究を営む。人工的な高性能機器にのみ依存すれば科学は矮小化する。日本人は欧米人も敬意を払う自らの文化の特質を生かして創造してこそ、高く評価される。美しい自然に恵まれたわが国である。もっと本来の感性に根ざした「生の科学 (science brut (仏), シアンス・ブルット)」を推奨してはどうだろう。そのためには、たとえ「英語の世紀」であっても、思索の根源である母語の力を培わねばならない。

もとより科学は自然の統一原理の上に成り立つ。職業的研究者集団が死守する学境はもとより排除すべきであるが、既存のすべての分野、領域をつなぐものは数理学、情報ではあるまいか。これからのデータ駆動型社会ではあらゆる事象において重要性を増す。筆者が京都大学に入学し最初に数学を教わった秋月康夫先生は「数学を学ぶのは人類の栄光のため」とされ、また古くガリレオ・ガリレイは「宇宙は数学の言葉で書かれている」としたと言う。今日、畏友若山正人博士のように「数学は宇宙誕生の前からあった」とする数学者もいる。ならば物理学、化学、生物学などの自然科学よりもはるかに根源的である。

この時代に科学の営みは社会と不可分である。わが国の科学技術界も、2015年に国連が定めた「持続可能な開発目標 (SDGs)」の実現、さらに30年にわたり低迷する国内の産業経済力の再生にも貢献したい。しかし、現世代が自ら惹き起こした不都合の責任を回避し、その解決を後継世代に強いることは倫理性を欠く。STEAM教育は若者の精神を開放し、多様な選択肢を育むべきであり、未来を拘束するものであってはならない。彼らを魅了する気宇壮大な大義が求められよう。❖

I 量子コンピュータ作りと数学

東京理科大学副学長・理学部一部数学科教授／科学技術振興機構・研究開発戦略センター上席フェロー
／理化学研究所THEMS特別顧問

若山 正人 / わかやま まさと

東京理科大学卒業、広島大学大学院理学研究科数学専攻博士課程修了。鳥取大学助教授などを経て九州大学教授。同数理学研究院・数理学府長、マス・フォア・インダストリ研究所初代所長を務めた後九州大学理事・副学長。この間、Princeton 大学研究員、Bologna 大学、韓国 KIAS、Indiana 大学客員教授、文部科学省・数学イノベーション委員会主査などを歴任。2020 年より現職。現在、内閣府ムーンショットプログラム数理科学分科会主査なども務める。



1 ◆ 量子コンピュータって？

量子コンピュータといえば、2011 年にアニーリング方式の量子コンピュータが商用のハードウェアとしてカナダの D-Wave 社で作られた。それ以来、類似のアイデアに基づく多様なものが競って開発され実用に供されている。ただし、ここでお話ししようと思うのは、ゲート型量子コンピュータというものである。以下に述べるように、ゲート型量子コンピュータの実現が与える社会的・産業上のインパクトは果てしなく大きい。しかしまずは、アニーリング方式が解く数学の問題について述べる。

1-1 量子アニーリングと組合せ最適化

量子アニーリングは、磁性の統計力学におけるイジングモデルの基底状態を探索するというアイデアに基づく。つまり、量子の揺らぎを利用することで組合せ最適化問題を高速かつ正確に解こうとするものである。自然科学・社会科学、医療現場、産業界、官公庁など、最適化問題は様々な状況で現れ、膨大な需要がある。数学的にいえば、一般に、最適化問題とは条件付きの最大あるいは最小問題を解く問題である。実用的な述べ方をすると「膨大な選択肢からベストな選択肢を探索する」という問題だ。例を少しだけ挙げておくと、乗り換え案内のナビや巡回セールスマン問題などが典型である。後者は「複数の都市を移動するセールスマンが全都市をちょうど一度ずつ巡り、総移動コストが最小の経路を求める」組合せ最適化問題を考えることになる。組合せ最適化処理はデータ規模が多くなるにつれて、選択肢の数が爆発的に増

加する。実際、この問題は計算複雑性理論において NP 困難と呼ばれる問題のクラスに属する。すなわち、計算量的に困難な問題である。それゆえ、データ規模が大きくなったときに組合せ最適化処理を高速に実行できる技術が必要となるのである。

1-2 素因数分解の暗号

現在の私たちの生活に溶け込んでいる公開鍵暗号というものに RSA 暗号がある^{*1}。1977 年に R.L.Rivest, A.Shamir, L.M.Adelman により発明された。暗号とデジタル署名を実現できる方式として最初に公開されたものである。RSA 暗号は、約 2500 年前に古代ギリシャで発見された素数の無限性と整数が一意に素因数分解できるという事実のみに則り、技術的にはフェルマーの小定理「 p を素数とし、 a を p の倍数でない整数とするときに、 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ が成り立つ。つまり、 a の $p-1$ 乗を p で割った余りは 1 となる。」に根拠をおく単純なものだ。それだけにこれらの古い定理は深いのだとも言える。

公開鍵暗号である RSA 暗号の安全性の根拠を簡単に述べれば、掛け算は実行するだけであるが、桁数が大きな素因数をもつ合成数の素因数分解は時間がかかるという事実である。つまりその時間のかかり方が、現在の京や富岳などのスーパーコンピュータを用いても数百年となり、現実的でないことから、暗号の安全性が担保されているという具合である。

1-3 目指す量子コンピュータ

しかしながら、ゲート型量子コンピュータができあがると、RSA 暗号なども常識的な時間内で破られてしまい使い物にな

らなくなる。量子力学的な重ね合わせを利用することで、従来のコンピュータが宇宙の歴史ほどの時間をかけても解けなかったような因数分解を、量子コンピュータは数分、もしくは数秒で行うことができる。この事実は 1994 年に MIT の計算機科学の研究者である P.W.Shor により発見された^{*1}。それ以来、それは Shor のアルゴリズムと呼ばれている。その発見は現代のインターネット社会の基盤をひっくり返すようなインパクトを人々に与えた。

1-4 Shorのアルゴリズム

Shorが利用した因数分解の方法は、数学的には以前からよく知られていたものだった。そのアルゴリズムとは、古典ふるい法と同様に、問題を位数の発見に帰着する。 x を1から $N-1$ までの N と互いに素なランダムな整数とすると、 $x^r \equiv 1 \pmod{N}$ となる最小な正整数 r を見つけるのである。

しかし、位数発見問題の解決には時間がかかる。スーパーコンピュータでさえも r を探すのに時間がかかり過ぎてしまう。そこで Shor は剰余が一定の周期で繰り返すという周期関数を利用することとした。言い換えれば、Shor は周期検出には離散フーリエ変換が使えることに着目したのである。事実、離散フーリエ変換により、一瞬にして r が発見できることを示したのである。これが彼の因数分解アルゴリズムの核心部分である。

Shor のアルゴリズムのほかにも、ここでは詳しく触れ得ないが、量子スピン系や量子多体系といわれる問題などについてのアルゴリズムが提案されている。とくに Grover の検索アルゴリズム^{*1}は有名である。これも量子コンピュータを作ろうという意識を高めた。実際、 N 個のファイルの中から特定のファイルを探し出す場合、古典的なコンピュータならおよそ $\frac{N}{2}$ 程度のステップが必要なのに対し、Grover のアルゴリズムによると $N^{\frac{1}{2}}$ ステップで高速に検索することができる。その差はファイル数 N がきわめて大きい、例えば $N = 10000$ のとき、従来型コンピュータなら 5000 ステップほど必要なのに対し、量子コンピュータならたったの 100 ステップ程度で済む。

1-5 耐量子暗号

耐量子暗号とは、量子コンピュータが実現されても破られない安全な暗号のことである。多様なアイデアにより様々な耐量子暗号が提案されてきたが、基本は（量子コンピュータ

上で動くアルゴリズムを駆使しても解読されない）計算困難性に依拠したものである^{*1 *2}。

次節で述べるように、誤り耐性を持つ真の量子コンピュータが実現するのはまだ先のことである。しかし、アメリカ国立標準技術研究所（NIST）では、2017 年 11 月を締め切りに、技術提案を募集していた。提案はその後絞られて、現在は公開鍵暗号方式の選定の第 3 ラウンドを終えたところである。理論的なことだけではなく実装も含めたもので、仕組みがわかりやすい実装とスピード感を伴った最適化も施した本格的な実装との 2 種類を提供すること、という前提のもと選定されてきている。2023 年にも仕様を固めるとのことである。現在、主たる候補に残っているのは、格子暗号、多変数多項式暗号、符号暗号というものである。格子暗号は多次元のベクトル空間で最短距離を求める問題を応用したものであり、多変数多項式暗号は多変数の連立 2 次方程式を解く難しさを利用したものである。また、符号暗号は符号理論、つまり、シンボルの集合 S , X があるとき、 S （情報源アルファベット：例えば私たちが日常使う言葉）に含まれるシンボルのあらゆる系列から、 X （符号アルファベット）に含まれるシンボルの系列への写像として定義される符号（コード）を用いたものである。予備候補として、楕円曲線の同種写像暗号なるものが選定されている。いずれの方式にも共通するのは、鍵長が数キロ～数百キロバイトと、RSA の 256 バイトと比べ遥かに大きくなる点である。また、それらの安全性の研究は暗号の信頼に関わり必須であるが、その核心はすべて数学の研究である。

2 ◆ 量子コンピュータを作ること

2019 年 10 月、Google を中心とする研究グループは、世界最速のスパコンで 1 万年かかる計算を量子コンピュータによって 200 秒で実行したと発表した。このニュースは量子コンピュータがスーパーコンピュータを超えた（量子超越）として大きく報じられた。ポイントは量子コンピュータが、たった 53 個に過ぎない素子でスーパーコンピュータをしのぐ計算を実行したことだ。ただしその直後、IBM の専門家グループは、量子超越性を達成したというその主張に重大な欠陥があると発表した。そもそも Google が、現代のスーパーコンピュータの能力を最大限に活用していないというのが理

由である。筆者はその決着の行方については知らない。

2-1 誤り訂正付き量子コンピュータ

量子系では環境系との相互作用（観測など）によってすぐに量子系としての性質（重ね合わせ状態やエンタングルメント）が失われてしまう。例えば、原子の内部状態は周りに存在する電磁場（光子）と相互作用することによってエネルギーや情報を失ってしまう（デコヒーレンス）。したがって実在する物理系を用いて量子ゲート（量子演算素子）を作ると、このようなデコヒーレンスの効果によって正常には作動せず、エラーが生じてしまう。データを転送あるいは保存する際に誤りが起きにくいようにする方法として符号が使われる。そのような符号を誤り訂正符号とよび、格納または転送されるデータに注意深く冗長性を導入する。ここで冗長性の導入とは、古典情報処理では0を000、1を111などと冗長化することを指す。これにより、例えば000が誤って010と伝わったとしても3つのうち2つも間違えることはないだろうからという理由で、間違いを見つけやすくする。しかし、量子力学には複製不可能定理があるため、古典情報処理で行われている冗長化の技術は使えない。実際、量子情報は異なる量子状態の連続的な重ね合わせ状態をとるため、エラーの識別が困難だと考えられていた。しかし、1995年Shorは複数の量子ビットから構成される空間のうちの小さな部分空間に情報を符号化することによって、このような問題を克服できることを示した。

2-2 問題あるいは課題

上述したように、量子コンピュータの量子ビットは相互に影響を受けやすいため、量子ビットが増えれば増えるほど1つのノイズが他の量子ビットに影響を及ぼす可能性が高くなる。ヘブライ大学の数学者 Gil Kalai による「量子コンピュータは蜃気楼」³ というのは、以下のように説明する。彼は、フーリエ解析によって量子コンピュータの計算における複雑な波形を単純な要素に分解し、量子ビットのノイズによる量子コンピュータへの影響を分析してみた。その結果わかったことは、ノイズによってフーリエ変換後の波形で高周波の部分は打ち消され、ノイズが発生すると低周波の部分しか残らないという事実である。その上で、Kalai はノイズを打ち消すための量子誤り訂正を量子コンピュータに付帯させることも非常に困難であるとの結論に至った。つまり、ノイズがある状

態でも量子コンピュータが作れないことはないが、それは従来型のコンピュータよりも低性能であると、量子超越性を否定する考えを示したのである。

2-3 対策

量子誤り訂正符号を用いればエラー（ノイズ）を訂正して情報を保護することができるが、量子誤り訂正を行っている操作中にエラーを増幅してしまうと、もはや訂正ができない。言い換えれば、計算に必要な素子を沢山作りたいが、その分だけ誤り訂正に必要な素子が増え、組み合わせ爆発が起きてしまう可能性がある。したがって、すべての量子操作において、エラーの発生を前提としながらも、依然として量子誤り訂正ができるように量子回路を設計する必要がある。このような手法はフォールトトレラント量子計算と呼ばれており、その理論の示すところによれば、次のしきい値定理が要である。つまり、「量子ゲートで発生するエラーの確率がある値（＝誤りしきい値）よりも小さければ効率よく（つまり、多項式時間で）任意の精度で量子計算を実行できる」という定理である。そのためには理論で量子誤り訂正符号のより優れたものを作り、素子・デバイス作りにおける技術達成レベルを下げる。そうしないと、現時点での技術開発レベルでは量子コンピュータは実現しない。前者は数学の問題であり、後者は物理を基盤とした工学的技術の問題である。

3 ◆ 光と物質の相互作用

光と物質の相互作用は、多くの物理現象の基礎である。実際、量子状態は、量子準位間のエネルギー差に等しいエネルギーの光を吸収あるいは放出することによって、別の量子状態に遷移する。これらの相互作用を制御することで情報の伝達ができるというのが量子情報科学の原点である。このような中、量子ビットの素子を作るための理論の要として、量子ラビ模型⁴ やさらに一般化され物理的に意味のある相互作用モデルの研究が盛んである。具体的には、モデルのエネルギー準位の交差、対称性、熱核や分配関数の研究である。こ

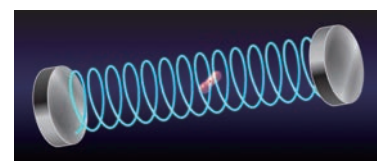


図1 Courtesy of APS/Alan Stonebraker(2011) 量子ラビ模型は、光と物質との最も基本的な、2準位原子と量子化された単一光子との相互作用を記述

ここで量子ラビ模型とは、2準位原子と調和振動子の結合系を記述するモデルである。量子化された調和振動子というのは、まさしく光子（電磁場）のエネルギー状態を記述するものである。

3-1 量子素子の理論と実験

量子ラビ模型による理論計算により、相互作用のエネルギーが原子の遷移エネルギーや光子自体のエネルギーをも超える深強結合状態においては基底状態を含むエネルギー固有状態がエンタングル状態であることが導かれる。一方で、最近になりきわめてインパクトのある実験結果が得られた^{*5}。回路量子電磁力学の手法を用いて深強結合状態を実現することに成功したのである。この深強結合系の測定結果と上述の理論計算との一致は、このようなエンタングル状態が実現されていることを強く示唆する。量子コンピュータ作り^{*6}に欠かせない研究である。

3-2 非可換調和振動子

筆者は25年前にボローニャ大学のA. Parmeggianiと共に非可換調和振動子の研究を始めた。その後、様々な偶然が重なり、量子ラビ模型が非可換調和振動子から得られることがわかった。実際、両者のHeun微分方程式による描像を使えば、特異点の合流操作でその関係がわかるという仕組みである。なお、調和振動子は非可換調和振動子が持つパラメータが特別の場合のモデルだと考えられる。筆者の長い関心は、物理で言えば分配関数、数学で言えばゼータ関数の研究である。非可換調和振動子の場合には、その離散的な固有値達のディリクレ級数で定義できるスペクトルゼータ関数の特殊値は整数論の深い内容と関係する。調和振動子に対するスペクトルゼータ関数は、本質的にリーマンのゼータ関数 $\zeta(s)$ に一致する。ところで、 $\zeta(s)$ に対して、偶数点での特殊値はベルヌーイ数で与えられることは古くから知られているが、奇数点での値についてはその無理数性などさえもよくわかっていない。実際、よく知られているのはR. Apéryが証明し、その後、代数幾何的研究も含め発達した $\zeta(3)$ の値が無理数であるという事実のみである。非可換調和振動子のスペクトルゼータ関数の特殊値の研究にも、理由は明確ではないのだが、具体的な楕円曲線や保型形式などという古典数論の華ともいえる対象が現れ、さらには $\zeta(3)$ のときに現れた有理数列の類似の有理数列が現れ、それらの間にある不思議な合同

性などもわかってきている。なお、究極の素数分布を明らかにする $\zeta(s)$ に関するリーマン予想は1859年以来160年の歳月を経て、未だ多くの優れた数学者たちの挑戦にもかかわらず未解決である。

さらにまた、量子ラビ模型の数学を展開すると有限体上の代数群、特にハイゼンベルグ群やシンプレクティック群の射影表現、無限対称群の表現論^{*7}、離散的・組合せ論的な経路積分と関係しグラフ理論が交差する場面に遭遇する。すなわち、量子誤り訂正符号を構築する際にも中心となった数学^{*8}が現れているのである。

3-3 最後に

筆者の研究の出発点は多少の微分幾何学と群論であったと思う。しかし数学の良いところは、優れた先人たちが開拓した数学がどんなに多くあっても、なお、自由にどんな分野の数学にもつながっていくような研究を進めていけることである。おそらく数学は、かなり一体感がある学問であり、何をどのように展開しても良い自由さがある。さらには純粋数学とか応用数学とかの垣根を作らないでやっていくことが、その面白さを存分に味わうためにも必要なかもしれない。事実、未来の産業を左右する量子コンピュータ作りを見るだけでもfull of mathematicsではないか。



参考・引用文献

- *1 高木剛：暗号と量子コンピュータ：耐量子計算機暗号入門，オーム社，2019.
- *2 縫田光司：耐量子計算機暗号，森北出版，2020.
- *3 K.Moskvitch：Gil Kalai's Argument Against Quantum Computers, Quanta magazine, 2018.
- *4 若山正人：量子ラビ模型の固有値問題～光子と格子をつなぐ嘴矢～，数理科学，670,56-66，2019.
- *5 布施智子，吉原文樹，角柳孝輔，仙場浩一：超伝導人工原子と電磁場の相互作用～強結合のその先へ～，日本物理学会誌 73, 21-26, 2018.
- *6 S.Haroche, J-M.Raimond：Exploring the Quantum：Atoms, Cavities, And Photons (Oxford Graduate Texts) 2006.
- *7 洞彰人：対称群の表現とヤング図形集団の解析学，数学書房，2017.
- *8 林正人：量子情報への表現論的アプローチ，共立出版，2014.

II 臨床医学と数理科学の協働の営み

東北大学材料科学高等研究所 (WPI-AIMR) 副所長

水藤 寛 / すいとう ひろし

長野県上田市生まれ、千葉大学大学院自然科学研究科博士課程修了、千葉大学工学部、岡山大学環境理工学部を経て、2017年から東北大学材料科学高等研究所 (WPI-AIMR) 教授、大学院理学研究科数学専攻兼任、2019年より材料科学高等研究所副所長。数理モデルやそれに基づく数値シミュレーションを用いて、数理科学と臨床医学分野の協働を目指す研究に取り組んでいる。



1 ◆ 数学と他分野の協働

1-1 はじめに

本稿では、臨床医学と数理科学の協働について、我々のグループがこれまで取り組んできたことを中心に、その背景も含めて紹介したい。それを通して、数学・理科の教育に尽力しておられる皆様にお伝えできることがあれば幸甚である。

我々は、国立研究開発法人科学技術振興機構 (JST) の戦略的創造研究推進事業における研究領域のひとつとして設定された数学関係領域の支援を受けて研究活動を推進している。この事業では科学技術に関する幅広い分野から戦略領域が選定されて集中的な支援が行われているが、数学に関する領域は他の分野に遅れて2007年に設定された（「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」研究領域^{*1}：西浦廉政研究総括）。そこでは、数学と他の分野の協働が重要視され、数学に基礎を置きながら、他の分野とどのように協働していくのかを探索するところから活動が始まった。我々はその中で臨床医学の分野を相手とすることとし、その後新たな数学関係領域（「現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築」研究領域^{*2}：坪井俊研究総括）に引き継がれて現在も活動を継続している。

1-2 数学キャラバン

これらの研究領域では最先端の研究を推進することはもちろんであるが、そのほかに特筆すべき点として、高校生など、日本の科学技術を背負うことになる次の世代に対してのアウトリーチ活動を重視したことが挙げられる。そのひとつとして我々は「JST 数学キャラバン」^{*3}と題する活動を行ってき

た。これは数学者（主に若手）が高校生に語りかけるもので、これまでに全国で30数回開催し、純粋数学の内容紹介から他分野との協働に関するものまで多彩な話題を提供してきた。筆者はこのうち10数回の企画や講演に関係してきたが、この活動における数学者と高校生の相互作用には目を見張るものがある。事後アンケートに対する高校生からの回答で印象に残っているものに「今習っている数学は受験のためのものだと思っていましたが、そうじゃなかったんですね！」や「数学ってちゃんと社会とつながっているんだということ初めて知りました。」というような声に加えて、「僕は数学が好きなんですが、大人になったら世の中の役に立つことをしなければならないので、好きな数学は諦めなきゃと思っていました。でも、数学をやっていてもちゃんと世の中の役に立てるんですね。安心しました！」という声があった。高校生たちは（特に真面目な子ほど）数学と社会の関係について誤解しているようである。多くの高校生にとって、数学は受験のための技術や頭の訓練とされているようだが、もちろんそんなことはない。以下、数学と臨床医学の協働の一部を紹介しながら、高校数学との関係にも触れていきたい。

2 ◆ 臨床医学における数学

2-1 体内を数学で見る

現代はCTやMRIなどによって体内の様子を外側から観察できる技術が多く開発されている。しかし、レントゲン写真がX線の伝わる途中での吸収量の総和を写真として映し出し

ているのは理解できるとしても、なぜそのような和の値から各断層の画像が得られるのだろうか？ここで、複数の方向からの透過画像があれば、そのような画像を生成するような体内の3次元構造を、連立方程式を解くことによって得られるのではないか、ということが思い浮かぶ。CTの仕組みにはこのほかにも様々な変数変換などが用いられているが、それが大きく数学に依存していることは高校生にも容易に想像できるだろう。また、3次元空間での対象物はいろいろな方向に回転したり、拡大・縮小したり、平行移動したりしてその詳細を把握する。そのことが、高校で学習するベクトルの計算と対応していることも、ベクトルを習った高校生には伝わりやすい。彼らにとってはスマホの画面をいじることで、ベクトルの計算は昔より身近なものと感じられるかもしれない。

2-2 血行動態を数学で視る

我々のプロジェクトでは、血流の解析を中心テーマの1つとしている。血流が生命の維持に大きく関わっていることは疑いがなく、血管形状の個人差は大きく、心臓から拍出されて各臓器を巡る様相も様々である。それは時として血流の滞りや血管壁面への過大な応力をもたらし、長期にわたる血管壁の変成（動脈硬化など）をもたらし、そこで、血流の様相を知ろうとするわけだが、そこでは偏微分方程式系を用いた数値シミュレーションが活躍する。血液の歪み-応力関係は複雑で、それが比例すると考えてよい場合とそうでない場合があるが、大血管においては運動量保存則を表す Navier-Stokes 方程式と、質量保存則を表す連続の式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

によって記述できると考えられている。ここで、 $\mathbf{u}$ は血流の速度ベクトル、 p は圧力、 ρ は密度、 ν は動粘性率である。しかしこれらの方程式はほとんどの場合紙と鉛筆で解くことはできず、コンピュータの力を借りて数値的に解くことになる。ここで、「紙と鉛筆では解けない」→「得られるのは誤差を含んだ解になるけれど、それはまあしょうがない」→「あとはプログラミングの問題だ」という誤解が生じることがある。また、「誤差」などというものは不確かなものなので、数学

の対象ではない、というのもまた誤解だ。偏微分方程式をコンピュータで解こうとするときは必ず誤差が生ずる。その誤差を厳密に扱うのもまた数学の役目となる。ここでは、誤差の大きさもさることながら、その振る舞いがさらに重要である。誤差の振る舞いを表現する方程式を見つけることで、その誤差が四方八方に拡がっていくのか、ある方向に伝播していくのか、減衰するのか増大するのか、を知ることができる。

微分を用いて書き下された Navier-Stokes 方程式をコンピュータを用いて解くためには、何らかの離散化が必要である。これには有限差分法、有限要素法、有限体積法など様々な方法が提案されてきており、その詳細は専門書に譲るが、いずれにおいても元の偏微分方程式系は数百万から数千万元の大規模な連立方程式に帰着される。元の偏微分方程式の性質と離散化された連立方程式の性質の関係、連立方程式の可解性、などについて十分な検討が必要になる。

図1に、胸部大動脈に発生したある大動脈瘤症例における血流計算の結果を示す。計算結果は血流の各時空間位置における速度と圧力からなるが、ここでは速度ベクトルを可視化するための手法として各瞬間における流線を用い、速度の大きさの情報を流線の太さと色に乗せている。流線は、その接線がその位置での速度ベクトルの方向に一致するような曲線である。この流線群からは、血管の形状の特徴に由来する流れの特徴として、湾曲部（大動脈弓部）における双子渦(A)、動脈瘤の発生による拡大部での渦(B)、振れの部分における螺旋流(C)などが見て取れる。このような速度分布が得られると、その局所的な勾配の情報から応力の情報が得られる。このようにして、症例間の形状の違いか

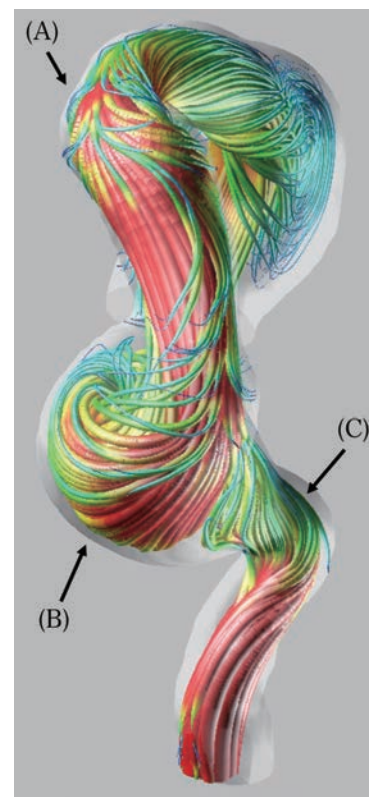


図1 大動脈瘤症例における血流の流線

ら血流場の特徴の違いを経て、壁面応力の違いを把握することにつながり、そのメカニズムについて臨床医と数学者が議論を始める段階に至るのである。

ところで血流の速度場は3次元のベクトル場であるので、その可視化には注意が必要である。図2の左右は、同じ時刻における速度ベクトルを別の断面で表示したものである。

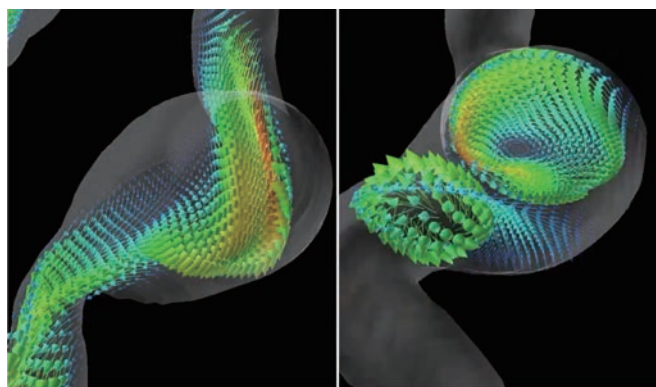


図2 速度ベクトル場の別の断面上での可視化

図2の左側のように、血管の軸に平行な断面で見たときには動脈瘤の中央を突き抜けて反対側の壁面にぶつかっているように見えるのだが、右側のように血管の軸に垂直な断面で見ると動脈瘤の内部で渦ができてることが把握できる。このように、3次元の現象を対象とする時には、その見方によって全く違うものが見えてくることに注意が必要であろう。

そのほか、ベクトルと行列について定義されている演算を用いることで様々な量を可視化し、血流場の特徴に迫ることができる。たとえばヘリシティ

$$H = \mathbf{u} \cdot (\nabla \times \mathbf{u})$$

という量を考える。これは、勾配演算子

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

と速度ベクトル $\mathbf{u}$ との外積と、 $\mathbf{u}$ の内積の形をしている。この量は速度ベクトルの螺旋状になっている成分を取り出す働きがあり、この量を計算してその等値面を描いたのが図3である。二つの色は、時計回りと反時計回りの螺旋流を表している。大動脈弓部の曲率に由来する遠心力によって誘起された逆回りの螺旋流たちが、それら自体が振れ合いながら動脈瘤の内部に達し、さらにその下流に流れ下っていることが見

て取れる。このような螺旋流は壁面に強い応力を及ぼすため、血管の変性に大きく影響するものと考えられる。なお、このヘリシティ

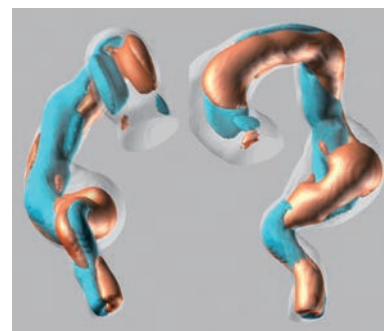


図3 ヘリシティの等値面

微分、内積の発展としての外積、さらには微分演算の組をベクトルと考えることなど、高校の数学の範囲を超えた説明が必要になってしまう。しかし、多少の過積載と速度超過を大目に見るならば、それを知ることによって拓がる世界はとても大きい。高校生にも時折はその世界を垣間見せてあげたいと思う。（これは、筆者が高校生の時に出会った砂川重信先生の参考書「精講物理」^{*4}に書いてあったことでもある。高校生を子供扱いせず、どこか挑発するような筆致に、自分は大いに刺激された。）

そのほかにも、例えば速度の3成分を3つの方向に偏微分したものを並べた歪み速度行列の固有値を求め、その2番目に大きいものの等値面を書くことによって螺旋流領域を取り出すことができる。

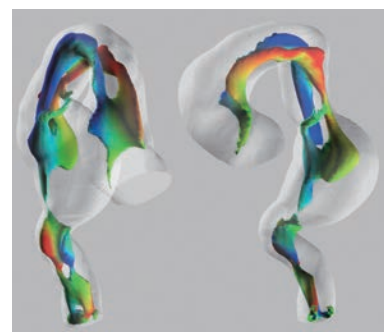


図4 歪み速度行列の第2固有値の等値面

その様子を図4に示す。こちらでも高校生が理解するには行列とその固有値固有ベクトルが必要になってしまうが、統計学などへの応用もさることながら、世の中の見方を広げる手段の一つとして、高校生にも（細かい計算は抜きにして）一度は触れてみてほしい話題ではある。

2-3 数理とAIで人体を診る

前節に述べたように生体内には数学的にも物理学的にも、もちろん化学的や生物学的にも興味深い現象がたくさん埋め込まれている。しかし、数学と医学が協働することを考えたとき、臨床医たちが最終的に知りたいのはそこではない。当然ながら、どのような治療が患者さんにとって最適なのかを知り、実践することが彼らの目的である。数学・数理学が

それに貢献できるのは、病態の機序（メカニズム）を示すこと、正しい診断をするための的確な情報を提供すること、より適切な治療の選択肢を示すことであろう。そこでは古典的な数学や統計学の手法に加えて、近年では機械学習を用いたAIが広く用いられ始めている。その中でも有力とされているのが深層学習である。

深層学習のプログラムは個々には数学的に単純な構造をしたモジュールが多数集まったものであるが、その集合体が発揮する学習能力の仕組みはまだ解明されているとは言えない。それに対する数学的な取り組みも多数行われているが、ここでは我々のプロジェクトで進めてきた、熟練医の技術をAIに学ばせる取り組みをご紹介します。

我々は、人工透析患者への造血剤と鉄剤の至適投薬量を提案するシステムの構築に取り組んでいる。適切な投薬は透析患者のQOL向上に大きく影響するとともに、非常に高価である造血剤の使用を適正量にすることは医療機関の経営や国の医療財政にも大きく貢献する。しかし、患者ごとに異なる状況を反映して適切な投薬量を決定していくことは経験を積んだ専門医にしかできず、そのような専門医の養成は透析患者の増加に追いついていないとは言えない。高度な経験を有する専門医の判断を再現することができれば、透析医療に大きく貢献することになる。

そこで我々は、血液検査などのデータと専門医の判断を記録し、それを教師データとしてAIに学習させることを試みた。基本的に深層学習はビッグデータを必要とするわけだが、ここで対象とする投薬履歴データは電子カルテの仕組みや個人情報問題もあってビッグデータと言える量には達しておらず、スモールデータでの学習ということになる。我々は、多くの症例の中からAIが間違えやすい症例を抜き出し、なぜその症例については判断を間違えたのかを調べていった。その作業を重ねていくと、判断に必要な要素が自ずと明らかになり、AIの能力も上がっていった。また、教師データとして典型的な症例を厳選することで、学習の効率が上がることもわかってきた。この過程は、良問を厳選して学生に与え、さらに間違えやすいところを吟味していくことで成績が向上していく数学教育の営みに妙に似ているところがあるように思うのだが、気のせいだろうか。さらに、深層学習でよく問題になるのは「過学習」という現象である。これは典型的な

練習問題を解くことに特化しすぎたためにそれ以外の問題を解けなくなる（応用力をなくす）という現象だが、これも人間の学習で時折見るような気がしないでもない。

何はともあれ、このようにして学習を重ねたAIは、熟練した専門医に劣らない判断力を示すようになる。典型的なのは、専門医が判断するよりも数週間早く、投薬量の増減を提案するようになる点である。これはAIの優れた点であるがそれ以上に、このように学習して能力を向上させていくAIを横から見ていると、お手本になっている専門医の判断アルゴリズムがだんだんと見えてくるようになるところが不思議で、かつ面白い。

3 ◆ まとめに代えて

臨床医学と数学は、学問としてとても距離があるように見えるかもしれない。使っている用語も問題意識も、使命感さえも大きく異なっている。しかし一緒に研究をしていると、不思議と近く感じるときがある。数学者は常に抽象化を追い求めているわけだが、抽象化とは本質だけを残して余計な部分をできるだけそぎ落とすことであり、それによってある現象の解析が全く違う現象に適用できるようになったりもする。

一方、医療者が相手にしているのは規格の揃った工業製品ではなく、非常に複雑な「人間」という代物である。その複雑さの中から、的確な診断と治療をするために必要な本質はどこかということに彼らは常に考えている。その営みを見ていると、「数学者と意外に近いかも」と思えてくるのである。



参考・引用文献

- *1 JST「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」研究領域
<https://www.jst.go.jp/crest/math/>
- *2 JST「現代の数理論科学と連携するモデリング手法の構築」研究領域
https://www.jst.go.jp/kisoken/crest/research_area/ongoing/bunyah26-1.html
- *3 JST 数学キャラバンアーカイブ <https://www.jst.go.jp/kisoken/presto/research/activity/1112067/caravan.html>
- *4 精講物理，砂川重信，学生社，1979
- *5 水藤寛研究室ホームページ https://www.wpi-aimr.tohoku.ac.jp/suito_labo/

Ⅲ 機械学習の考え方と応用, そして数学・数理科学との関わり

九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所 教授 / 理化学研究所 革新知能統合研究センター
チームリーダー

河原 吉伸 / かわはら よしのぶ

2008年3月 東京大学大学院工学系研究科 博士課程修了。博士(工学)。2019年4月より、九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所 教授。また、2016年9月より理化学研究所革新知能統合研究センターにおいてチームリーダーを兼任。令和2年度科学技術分野の文部科学大臣表彰若手科学者賞などを受賞。統計的機械学習の基礎・応用に関する研究や、大学・大学院における教育活動に従事。



ここ数年の間で急速に社会へと浸透し、我々の身の回りでも不可欠な技術となりつつあるAI(人工知能)は、機械学習という研究分野で開発された数理モデルや方法論がその基礎となっている。機械学習分野における研究は近年ますます加速しており、今でも新たなパラダイムが次から次へと現れている状況である。その背景には、最近のAIへの注目などをきっかけに、機械学習の外の分野からの研究者・技術者が多くこの分野へ参入してきているという背景がある。特に、数学・数理科学の素養を持つ研究者が、純粋数学や応用数理の諸分野から参入してきておりその発展を支えている。このような背景からも、特に米国などでは、機械学習やAIの学術会議などにおいて、GAFAをはじめとした企業の間で、これら素養を持つ人材の取り合いが活発に行われている。

本稿では、機械学習の基本的な考え方や、その産業科学への応用や教育場面での広がりについて、数学・数理科学との関連に着目しつつ概観する。

能となっている。生物学的には、生物のこのような能力は「汎化」と呼ばれる。しかし、同様のことを計算機上で実現するのが容易ではないことは想像に難くない。なぜなら、我々が遭遇するようなあらゆるケースを事前に想定し、計算機上にプログラミングしておくことは原理的に不可能だからである。「機械学習」は言わば、このような機能を計算機上において実現するための一連の理論や方法、その実装としての情報技術を指す(図1)。ただしここでいう機能は、生物個体全体で実現しているような汎用的なものを指す訳ではなく、先の画像の例のように、視覚や聴覚といった特定の認知機能の実現を指す^{*1}。



図1. 機械学習の役割

1 ◆ 機械学習の考え方

我々生物は、様々な経験からの学習を繰り返し、その過去の経験からの類推で未知の新しい状況への対応を行うことができる。例えば我々は、ある猫が写っている画像を見たときに、それが猫の画像だということが容易に分かる。仮に、その猫が今までに見たことのない種類の猫であったとしてもできる。これは我々が、学習の過程で、過去の経験の中から猫の本質的な情報を自動的に抽出して抽象化しているために可

機械学習の創始者の一人であり、著名な計算機科学者であるArthur L. Samuel氏は、彼の著書の中で、機械学習分野をField of study that gives computers the ability to learn without being explicitly programmedと表現している。つまり、我々生物にとっては過去の経験にあたる「データ」を用いて、その中の本質的な、ある種の規則性を計算機で自動的に抽出することで、今後得られるであろう新しいデータに対して特定の機能を実現する。そのように狭義には、機械学習

とは、データ中の規則性を計算機で自動的に見つけて利用するための一連の理論や方法である、と捉えられる。

1-1 機械学習の構成要素

先述のように、機械学習の発展には、数学・数理科学が極めて重要な役割を果たしている。機械学習は大きく「モデリング」、「アルゴリズム」、そして「学習理論」の3つの要素から構成される。つまり、実現したい機能（例えば画像を入力してそこに何が写っているかを認識する機能）に向き合った際、まずこの問題を定式化する、つまり数学的な記述を与える必要がある（モデリング）。そして、その定式化した問題を具体的に解くために、解法（手法）を導出する必要がある（アルゴリズム）。一方で、その解法の正当性を（数学的に）保証するための解析も重要となる（学習理論）。これらはいずれも、線形代数や確率・統計はもとより、関数解析や幾何・代数的解析など、数学・数理科学のあらゆる道具を駆使してアプローチする必要がある。

例えば、先の画像を認識する例について、もう少し具体的に考えてみたい。まず前提として、画像と、そこに写っている対象の答え（猫、犬、兎など。ラベルという）のペアが大量に与えられているとする。このようなデータは、近年ではインターネットでも大量に入手することができる。このとき、画像（ x とする）を入力として、そこに写っている対象（ラベル、 y とする）を出力する、ある種の関数 $f: x \rightarrow y$ を推定するのが目的となる。通常この関数 f は、調整可能なパラメータを複数持っていて、先に準備したデータを元に、“できるだけ正しく”ラベルを出力するパラメータ値を探すことが問題となる。“できるだけ正しく”というのは、より正確には、パラメータ推定に用いたデータのみでなく、用いていない未知のデータに対しても、できるだけ正しくラベルを予測できるように、という基準が用いられる（汎化性能）。このように、直面する課題・データに対して、どのような関数 f を用いるか、またどのような基準を用いてパラメータを最適化するか、といったことを設計する部分が「モデリング」にあたる。そして、その関数 f のパラメータの中で、最も基準を良くするものを選択する問題として数学的に（最適化問題として）記述し、具体的に計算する部分が「アルゴリズム」にあたる。平たく言えば、多くの場合アルゴリズムは、パラメータの最適化手順を考える部分にあたる。モデリングとア

ルゴリズムによって、データが与えられれば関数 f は得られる訳であるが、それがどれくらい本当に良いモデルになっているのか？ たまたま今のデータセットだからうまくいっているのか？ それとも、同じような別のデータに対してもうまくいきそうなのか？ または、もっと精度を良くするにはどうしたら良いか？ それはデータが増えると実現されるのか？

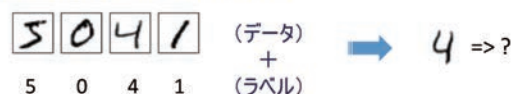
といったことを、数学的に解析するための理論が「学習理論」となる。例えば、複数のモデルがあった場合に、できるだけ多くのケースでうまくいくような機械学習のモデルを選択したりする場合などにも必要となる。

先にも述べたように、これらいずれの場面においても、数学的な記述や解析が不可欠であり、様々な数学的道具を駆使してアプローチする必要がある。

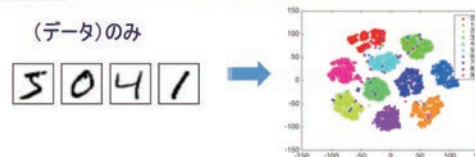
1-2 様々な機械学習

前節で述べた画像の認識は、「分類」と呼ばれる機械学習のタスクの一種である。先の例では、画像という入力にあたるデータに加えて、その答えにあたるラベル（教師信号と呼ばれる）も与えられるとして、機械学習のモデルを推定した。このように、データとして、入力にあたるものに加えて、その答え（教師信号）も用いてモデル構築を行う設定を「教師あり学習」と呼ぶ（図2も参照のこと）。分類は、教師あり学習の代表的なタスクであり、それ以外にも、いわゆる回帰分析などが教師あり学習に含まれる。また、教師信号に相当する情報が与えられずにデータを解析する場合は「教師なし学習」と呼ばれ、データのクラスタ解析や次元削減などがそれにあたる。また、教師あり／教師なし学習では基本的にデータが与えられた元でモデルを推定する設定となっているが、データの探索自体を含むような場合は「強化学習」という枠

・教師あり学習（回帰、分類など）



・教師なし学習（クラスタリング、次元削減など）



・強化学習 => モデル獲得のための探索戦略も自動学習

図2. 機械学習の基本的な問題設定

組みとして議論される。ニュースなどでも話題となった囲碁 AI である AlphaGo は、この強化学習の方法が用いられている。囲碁のようなゲームにおいては、AI 側が手を打つことで、相手の手も変わってくる。より強い囲碁 AI を獲得するためには、どのような盤面の状況を探査していけば良いか、相手の出方も含めて、そのようなことも考慮しながらデータを集める必要がある。そのため、強化学習という枠組みが適用される訳である。

これらの様々な問題に対して、それを解決するための機械学習のモデルは、これまで様々なものが提案されている。近年では、深層ニューラルネットが最もよく知られるモデルとなっているが、産業分野や科学研究で用いられているものはそれに限らない。例えば、我々がネット通販などで目にする広告の配信ではバンディットと呼ばれる学習手法が用いられ、産業プロセスなどにおけるモニタリングでは異常検知技術が用いられる。それ以外にも、現場では様々な線形モデルや、カーネル法、アンサンブル法など、課題の状況や要請に応じて、種々の方法やモデルが選択され適用されている。

2 ◆ 機械学習の広がり

2-1 産業における広がり

最近では、AI（人工知能）という言葉が、毎日のようにニュースなどで目にする。その産業的な応用は、自動運転や検索エンジン、広告配信、需要予測、工場における自動化、教育システムなど様々な場面へと広がっている。この背景には、深層ニューラルネットと呼ばれる機械学習モデルの発展が大きいのは上述の通りであるが、ニューラルネット自体の研究の発端は 1960 年頃まで遡ることができる。しかし（アカデミックにおいて）注目される一つと契機となったのは、世界的な画像認識コンペティションである ILSVRC¹ の 2012 年開催時における深層学習ベースのモデルの躍進が大きいと言われている。その後も、画像認識の領域では更に精度向上が進み、この認識機能の実現については、人間のそれを超えるレベルまで達している。このような画像認識分野における機械学習の発展は産業界においても大きな影響を与えており、実用化されている例も多く報告されている。また、囲碁において世界チャンピオンに AI が勝利した AlphaGo については、

広く一般にも知られている通りである。AlphaGo においては、深層ニューラルネットと強化学習を同時に用いた深層強化学習が用いられており、この技術はロボットなどの自動化にも適用できるものである。

また、社会への広がり理由としては、プログラミングのための関数ライブラリや、クラウド上の機械学習プラットフォームの充実も大きいと言える。機械学習の研究者やエンジニアの間では Python というプログラミング言語が主に用いられているが、様々なモデルやアルゴリズムを実装したそのライブラリとして scikit-learn²、また主に深層学習の実装として優れている PyTorch³ や TensorFlow⁴ などが標準的ツールとして広く用いられている。

また、Amazon Web Services (AWS)⁵ や Google Cloud Platform⁶、Microsoft Azure⁷ など、画像認識や時系列予測などの標準的なタスクに対しては、ユーザーがあまり中身が分からなくても利用できるような機械学習のクラウドサービスも充実してきている。ただし、こういったサービスを利用するには処理の程度に応じた費用がかかるため、頻繁に利用するようなケースでは、自社で開発したり買い切りのシステムを導入することが必須となる。

そのため近年では、多くの大企業やベンチャーにおいて、様々な場面に応じた機械学習のシステムを開発可能な人材の争奪戦が起こっている。少し以前のことはなるが、ある国内大手企業が、Kaggle (カグル)⁸ と呼ばれるコンペティションにおける成績を高額給与の求人の採用基準とする方針を出し話題となった。これに限らず国内においても、AI や機械学習に関連した研究所の設立や、部門の立ち上げが多くの企業において行われ、これに必要な人材の獲得に動いて久しい状況となっている。

2-2 科学分野における応用

このような潮流は科学研究においても同様である。つまり昨今では、計測・観測技術やデータベース技術の発展を背景に、大量に取得されるデータを基に様々な科学的知見を探知しよう、という流れが多くの科学分野で広がっている。有名なエッセイ集である「The Fourth Paradigm: Data-Intensive Scientific Discovery」(2009 年)⁹ の中では、チューリング賞受賞者である計算機科学者 James Nicholas Gray 氏の考えとして、このパラダイムをデータ集約型科学 (Data-Intensive

Science)として紹介しており、経験科学、理論科学、計算科学に次ぐ、第4の科学として位置付けている。

実際、米国では、2011年からオバマ政権下で Materials Genome Initiative というデータ科学（材料科学関連）の巨大プロジェクトが開始され、また国内においても、やや遅れて同分野に関連する MI2I（情報統合型物質・材料開発イニシアティブ）が発足するなどしている。一方で、筆者もチームリーダーとして所属する革新知能統合研究センター^{*10}は、国内における、機械学習を中心とした人工知能基盤技術やその応用研究を加速して社会課題の解決へ貢献することを目的として、2016年に文部科学省により理化学研究所内に設置された。その後も、データサイエンスに関連する研究機関や研究プロジェクトが多く発足し、多岐にわたる科学・工学分野において多くの成果をあげている。

2-3 教育における広がり

これらの流れを受けて、近年では大学等の教育現場においても、数理・データサイエンスをより重要視した対応がとられている。例えば、筆者が所属する九州大学では、全学的な組織として、2017年10月に、数理・データサイエンス教育研究センター^{*11}が設置され、関連する講義の提供や教材開発が進められている。これはその前年における、文部科学省による「数理及びデータサイエンスに係る教育強化」の拠点校としての選定を受けての措置であり、九州大学に加えて、北海道大学、東京大学、滋賀大学、京都大学、大阪大学が拠点校として選定され、同様の組織が形成されている。なおこれらの大学は、数理・データサイエンス教育強化拠点コンソーシアム^{*12}を形成して、全国的なモデルとなる標準カリキュラム・教材の作成や、その普及のための活動を続けている。

またこれに限らず、全国の国公立・私立大学においても、機械学習や AI、データサイエンスを冠した組織の発足が多く散見される。例えば、滋賀大学では、データサイエンスに特化した日本初の学部として、2017年にデータサイエンス学部を新設し話題となった^{*13}。また立教大学では、2019年に、全国初の人工知能を冠した大学院として人工知能科学研究科が設置された^{*14}。このようなトレンドは、今後も継続されることが予想される。

なお、これらの組織における数理・データサイエンス教育においては、その出口にあたるプログラミングなどの教育の

みではなく、基礎となる数学・数理科学の教育が重視されている。実社会における機械学習・データサイエンスの適用においては、現場の問題を適切に数理的に定式化し、種々の機械学習的な方法論を組み立てつつ問題解決のために取り組む必要があるためである。今後、機械学習・データサイエンスは社会にますます必要とされ浸透していくことは明らかであり、これら組織で育成された人材は、産業界の発展にとっても貴重な人材となることが予想される。

3 ◆ 最後に

ここまで見てきたように、機械学習は社会におけるあらゆる場面で今後ますます必要となる技術であり、これを社会における課題解決のために適用できる人材へのニーズは大きくなる一方である。先述のように、このような課題解決のためには、数学的な素養が重要となる。幸いにも、社会のニーズを反映しこのような人材を教育するための環境も整いつつある。ただし、日本の人材供給や技術レベルは、米中のそれらから大きく出遅れているというのが現状ではある。少しでも追いつき今後の日本の発展のために、筆者自身も微力ながら寄与できればと思う次第である。



注釈

※1 生物個体全体で実現している汎用的な機能を実現しようという試みは、汎用人工知能（AGI）と呼ばれる。AGIの実現には、まだ多くの年月が必要であろうというのが、筆者を含め多くの機械学習研究者の見解である。

参考・引用文献

- *1 <http://www.image-net.org/challenges/LSVRC/>
- *2 <https://scikit-learn.org/stable/>
- *3 <https://pytorch.org>
- *4 <https://www.tensorflow.org>
- *5 <https://aws.amazon.com/jp/>
- *6 <https://console.cloud.google.com/>
- *7 <https://azure.microsoft.com/ja-jp/>
- *8 <https://www.kaggle.com>
- *9 T. Hey, S. Tansley and K. Tolle, "The Fourth Paradigm: Data-Intensive Scientific Discovery," Microsoft Research, 2009.
- *10 <https://aip.riken.jp/>
- *11 <http://mdsc.kyushu-u.ac.jp>
- *12 <http://www.mi.u-tokyo.ac.jp/consortium/>
- *13 <https://www.ds.shiga-u.ac.jp>
- *14 <https://ai.rikkyo.ac.jp>

受賞作品の発表



一般財団法人 理数教育研究所では、児童・生徒が日常生活や学校での学習などから興味をもった事象を、算数・数学的な見方・考え方を活用して主体的に探究していく姿勢を培うために、2013年度から塩野直道記念「算数・数学の自由研究」作品コンクールを開催しました。今年は第8回となります。

塩野直道記念 第8回「算数・数学の自由研究」作品コンクールには、全国の小学生、中学生、高校生の皆さんから合わせて11,397件の作品が届きました。海外からも29件の応募をいただきました。ありがとうございました。

作品は各地域で選考後、中央審査委員会で最終審査を行い、p.15-17のように受賞者が決定しました。

●塩野直道賞 顕彰委員会

吉川 弘之 東京大学名誉教授 / Rimse 名誉理事
 岡本 和夫 東京大学名誉教授 / Rimse 理事長
 清水 静海 帝京大学教職大学院研究科長・教授 / Rimse 理事
 平上 一孝 公益社団法人 全国珠算教育連盟理事長
 [特別顧問]
 塩野 宏 東京大学名誉教授

中央審査委員

委員	委員長	根上 生也	横浜国立大学 理事・副学長
		伊藤 由佳理	東京大学 教授
		銀島 文	国立教育政策研究所 総合研究官
		桜井 進	サイエンスナビゲーター®
		中島 さち子	ジャズピアニスト/STEAM教育者
		藤田 岳彦	中央大学 教授/一橋大学 名誉教授
		蒔苗 直道	筑波大学 准教授
		吉川 成夫	國學院大学 教授
		渡辺 美智子	慶應義塾大学大学院 教授

(五十音順)

主催：一般財団法人 理数教育研究所

協賛：株式会社 内田洋行

株式会社 学研ホールディングス

公益財団法人 日本数学検定協会

後援：文部科学省

国立教育政策研究所

読売新聞社

公益財団法人 文字・活字文化推進機構

公益社団法人 全国珠算教育連盟



中央審査委員会 (2020年11月29日, 東京・アルカディア市ヶ谷)

<受賞者一覧> 第8回「算数・数学の自由研究」作品コンクール



塩野直道賞
小学校低学年の部

小がたひ行きでスイスから日本へ行きたい !!!
スイス ジュネーブ日本語補習学校3年 ゴア 裕隆

塩野直道賞
小学校高学年の部

1みたいな分数 ナンバー1
兵庫県 太子町立龍田小学校5年 山本 彩奈

塩野直道賞
中学校の部

夢に近づく確率を上げろ！ ～ブライアン・Jに学ぶ～
宮崎県 宮崎県立宮崎西高等学校附属中学校3年 大城 冴和

塩野直道賞
高等学校の部

月の我が家は大丈夫？
—ペルセウス座流星群による月面衝突閃光についての考察—
神奈川県 慶應義塾湘南藤沢高等部3年 宮内 唯衣

文部科学大臣賞

COVID-19の感染拡大に数理シミュレーションで挑む！
岡山県 岡山大学教育学部附属中学校3年 佐野 文音

Rimse 理事長賞

三角形における包絡線により定まる楕円の性質 -シュタイナーの内接楕円および
外接楕円との関係-
東京都 中央大学附属高等学校3年 石本 貴昭



読売新聞社賞

確率と面積の不思議な関係
神奈川県 カリタス女子中学校3年 瀬谷 香乃

内田洋行賞

ルービックキューブのひみつを知ろう！
兵庫県 神戸市立白川小学校5年 青山 風雅

学 研 賞

漢字の止め、はね、はらいのふえ方大発見！！
富山県 富山大学人間発達科学部附属小学校3年 山崎 雅将

日本数学検定協会賞

“コロナウイルス”もし何も対策しなかったら…？
愛知県 椋山女学園高等学校1年 西川 結葉



中央審査委員
特別賞

アリスの気持ち
京都府 京都聖母学院小学校2年 佐伯 すみれ

中央審査委員
特別賞

√の不思議
山形県 山形大学附属小学校5年 星川 琳音

中央審査委員
特別賞

目もりの少ない定規に法則があるか調べてみよう
兵庫県 仁川学院小学校5年 大西 穂貴

中央審査委員
特別賞

Simson の定理の拡張 ～4本の Simson 線と大量の垂線が織りなす様々な性質～
千葉県 市川中学校2年 齋藤 輝



中央審査委員奨励賞 小学校低学年の部

作品タイトル	学校名	学年	受賞者氏名
アリのたまごはいつかえる？	北海道 札幌市立美園小学校	1年	野口 健
ぼくのスペシャル筆算 ～足し算・引き算～	山形県 山形大学附属小学校	2年	三浦 知
つり合ったら楽しいな	茨城県 茨城大学教育学部附属小学校	3年	宮崎 陽奈望
120° が好きなシャボン玉	千葉県 浦安市立明海南小学校	3年	小田原 雅俊
よこ顔美人になれるマスクのつくり方	京都府 京都聖母学院小学校	2年	山田 莉央
電車の鉄橋はなぜジグザグ？	京都府 京都聖母学院小学校	3年	小曾根 佑
わたしにぴったりのマスクは？	京都府 洛南高等学校附属小学校	1年	鱒淵 未怜
日本語ってすごい（日本の本は英語のものより40%も小さい！！）	京都府 洛南高等学校附属小学校	3年	幾野 叡
軽い紙で重い教科書を作ってみたら…。	大阪府 大阪教育大学附属池田小学校	3年	大坂 菜友多
「たいおう」のしゅるい	島根県 松江市立母衣小学校	1年	下村 岳

中央審査委員奨励賞 小学校高学年の部

作品タイトル	学校名	学年	受賞者氏名
大相撲で本当に強いのは？	東京都 白百合学園小学校	5年	清水 かな実
スニーカーの箱を調べる	岐阜県 岐阜大学教育学部附属小中学校	5年	香田 佳耶
弟に絶対勝つ ～立体色並べ必勝法～	岐阜県 美濃加茂市立山手小学校	6年	岸 直史
私のサーブは入るのか	愛知県 愛知教育大学附属岡崎小学校	6年	浜崎 遥
三角の良いと悪いを決める謎	京都府 京都聖母学院小学校	5年	破田野 智皇
トウモロコシのひげと粒の数が同じって本当なのかなあ？	大阪府 関西大学初等部	5年	原田 凌大朗
これで解決!？ 分数÷分数を解くときの新たな考え方と作図法の検証	和歌山県 田辺市立上山路小学校	6年	木村 葉奈、天野 藍良、 崎山 晴紀、寒川 斗環、 寒川 悠一朗、寒川 和香那、 竹内 朱莉、中村 羽響、 深瀬 伸、古久保 百華、 松田 真里奈
目的地まで何時間何分かかる？	佐賀県 鳥栖市立弥生が丘小学校	5年	八尋 瑛登
グラスハープが奏でる音 ～水の量と音の高さの関係～	長崎県 長崎大学教育学部附属小学校	5年	伊藤 璃子
小さい鏡で全身チェックしたい！	熊本県 天草市立本渡北小学校	6年	岡部 文香、 松本 望愛

中央審査委員奨励賞 中学校の部

作品タイトル	学校名	学年	受賞者氏名
一番効率の良い自転車のシフト数調べ	宮城県 宮城県古川黎明中学校	1年	渡邊 翔太
ババ抜き ～最初にジョーカーを持った人は不利なのか？～	東京都 跡見学園中学校	3年	御竿 穂花
中線定理をビジュアル化したい ～ GeoGebra で遊んだ結果～	神奈川県 横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校附属中学校	3年	松野 裕智
成長による作文力の向上を数学で見える化する！	愛知県 愛知教育大学附属岡崎中学校	3年	柴田 悠翔
昆虫が、より速く飛ぶためには？	兵庫県 神戸市立長峰中学校	3年	野上 健二郎
万華鏡の規則性	奈良県 奈良女子大学附属中等教育学校	3年	片山 碧衣
ルービックキューブを構成する辺の数は？	鳥取県 鳥取大学附属中学校	2年	村口 誠仁
今の私の頭脳で球の体積は求められる？ ～球を回転体ととらえて～	香川県 香川大学教育学部附属高松中学校	1年	池田 結衣
美しさの秘密を探れ!! ～スピログラフ編～	佐賀県 佐賀大学教育学部附属中学校	2年	古賀 倫子
蜂への挑戦状！	熊本県 熊本大学教育学部附属中学校	2年	高藤 侑和

中央審査委員奨励賞 高等学校の部

作品タイトル	学校名	学年	受賞者氏名
カルダノ変換による発見 ～3次方程式の根の公式 発見 500年目の考察～	東京都 海城中学高等学校	2年	東風谷 順正, 池田 隼, 宇井 貴斗
リルの解法による解の個数の判別	東京都 東京都立小石川中等教育学校	5年	岩田 航正
トランプゲーム「ダウト」 いつダウトといえよいか	石川県 金沢大学附属高等学校	2年	中井 一心, 新 太陽, 時長 隆乃介, 能登 匠, 間口 桜之介, 村山 太陽
虹をえがく数学 ～ Rainbow Mathematics ～	愛知県 愛知県立旭丘高等学校	2年	柳瀬 真愛
数学から貧困を考える	愛知県 椋山女学園高等学校	3年	尾関 あずさ
極座標における接線の方程式	大阪府 大阪府立岸和田高等学校	3年	内本 諒
雨よ、どこからでもかかってこい！	大阪府 清風高等学校	1年	谷口 裕亮
4次元折り紙	広島県 広島大学附属高等学校	3年	柄本 嵩明, 上岡 壮真, 日比野 嵩平, 山本 勝 大, 李 開新, 渡辺 直希
倍数判定法 ～すべての整数にあてはまる条件とその規則性～	宮崎県 延岡学園高等学校	2年	高橋 京汰
ヘロンの公式の三次元拡張 ～ブラーマグプタの公式との比較から探る～	宮崎県 宮崎県立五ヶ瀬中等教育学校	5年	川原 歩夢

全応募作品の中から、最優秀賞、優秀賞、特別賞、奨励賞の受賞者のほか、下記の方々の作品が地区審査から中央審査委員会の最終審査に推薦されました。

小学校低学年の部

学校名		学年	氏名
京都府	京都聖母学院小学校	1	武田 莉乃
		1	立花 愛梨
		2	詫摩 未彩
		3	木戸 詠士
		3	須田 匠
		3	中島 麻結
	同志社小学校	1	清水 結香
	洛南高等学校附属小学校	1	大西 美緒
		1	島村 優那
		1	山田 理仁
		2	大久保 伶
大阪府	関西大学初等部	3	植山 雄翔
兵庫県	神戸大学附属小学校	1	光岡 利珠那
	仁川学院小学校	3	倉増 万結香
福岡県	北九州市立足原小学校	3	松村 太郎
	福岡教育大学附属福岡小学校	2	川本 結子
鹿児島県	鹿児島大学教育学部附属小学校	3	上下 悠花
スイス	ジュネーブ日本語補習学校	1	安井 さき

小学校高学年の部

学校名		学年	氏名
東京都	白百合学園小学校	5	小林 美祈
		6	塩野 七海
	筑波大学附属小学校	4	中川 結太郎
新潟県	新潟市立新潟小学校	5	斎藤 暖
愛知県	愛知教育大学附属岡崎小学校	6	長坂 絵奈
京都府	京都教育大学附属京都小中学校	5	溝渕 心
	京都聖母学院小学校	4	新 琴音
大阪府	関西大学初等部	4	大澤 由佳
		4	北川 真耶
		4	河野 百花, 頂 莉子, 山本 真碧
		4	西田 舞咲
		5	沖田 航輝
		5	長昌 優輝
		5	藤原 和令
		5	水野 真緒
		6	森下 かの, 野添 結心, 他 1 名
兵庫県	仁川学院小学校	5	岡田 美玖
		5	松井 怜香
奈良県	奈良学園小学校	4	江川 千紗
岡山県	岡山市立福島小学校	6	大江 晋平, 森藤 悠斗, 大和 宗真
山口県	山口市立白石小学校	4	久保 奏一郎
福岡県	福岡教育大学附属小倉小学校	5	児島 麟

佐賀県	唐津市立加唐小学校	6	西 里望
	佐賀大学教育学部附属小学校	4	宮崎 結暉
		6	田中 統司
長崎県	長崎大学教育学部附属小学校	5	濱地 南帆
		5	吉原 立夏
熊本県	天草市立本渡北小学校	6	宮崎 空翔, 赤松 希星
	熊本市立壺川小学校	5	竹村 慶一朗
	熊本大学教育学部附属小学校	6	坂井 歩衣
宮崎県	宮崎市立大淀小学校	6	岩切 理花
鹿児島県	鹿児島市立大明丘小学校	6	宮野 姫葉

中学校の部

学校名		学年	氏名
北海道	函館市立日新中学校	3	南坪 鼓太郎
宮城県	宮城県古川黎明中学校	3	村山 正樹
秋田県	秋田県立秋田南高等学校中等部	3	加藤 那花, 佐々木 心愛, 佐々木 彩愛, 渡辺 日瑠, 浅野 友那, 村越 祐佳
山形県	山形県立東桜学館中学校	2	工藤 伊織
	山形大学附属中学校	3	中西 美文
栃木県	宇都宮大学共同教育学部附属中学校	3	峯田 一樹
埼玉県	埼玉県立伊奈学園中学校	3	大山 遥香
	埼玉大学教育学部附属中学校	1	太田 遥子
千葉県	千葉大学教育学部附属中学校	2	横内 敬文
神奈川県	カリタス女子中学校	1	草苅 優利亜
		1	渡邊 風凜
		2	村松 実咲
		3	吉村 優唯
長野県	信州大学教育学部附属長野中学校	1	塚田 耕大
		2	赤塚 弓美
		2	関 櫻子
		2	堀川 青音
愛知県	愛知教育大学附属岡崎中学校	2	角谷 碧海
		2	北川 大悟
	愛知教育大学附属名古屋中学校	2	山本 詩織
三重県	皇學館中学校	3	中野 真綾
		1	鈴木 陽南子
		3	浮田 元琥
京都府	京都市立西京高等学校附属中学校	3	寺田 英史
		1	渡邊 丈太郎
		3	越部 智菜
大阪府	大阪教育大学附属池田中学校	2	大島 永久
		2	大塚 千尋
	関西大学中等部	1	荒屋 豪太
		1	宮阪 梢
		1	摸利 優菜
		1	米澤 結希
		3	朝日 優

大阪府	関西大学中等部	3	北村 すみれ
		3	立田 優和
		3	西川 奈々
		3	長谷川 雅寅
	四天王寺中学校	3	磯部 万智
兵庫県	須磨学園中学校	2	山口 なるみ
	神戸市立櫛谷中学校	3	安西 風捺
	姫路市立白鷺小中学校	7	酒井 佑典
奈良県	奈良女子大学附属中等教育学校	3	下岡 大晃, 石田 倅生
		3	野尻 俊弘
和歌山県	開智中学校	1	坂井 俊介
		1	中川 舜亮
		1	原 悠途
	和歌山県立向陽中学校	1	南 悠大
		3	岸田 健吾
島根県	島根大学教育学部附属義務教育学校 後期課程	8	藤井 大河
岡山県	岡山大学教育学部附属中学校	1	石井 瑛士
		3	中田 裕太
広島県	広島県立広島叡智学園 中学校	2	黒瀬 陽音
	広島大学附属中学校	2	武田 譲
	広島大学附属東雲中学校	1	吉田 真結
山口県	山口大学教育学部附属山口中学校	1	河村 亮輔
		1	吉行 凜華
香川県	香川大学教育学部附属高松中学校	1	松浦 瑠
		3	西尾 佳也
愛媛県	愛媛大学教育学部附属中学校	2	小田 ひより
福岡県	久留米市立北野中学校	2	立石 蒼藍
佐賀県	佐賀大学教育学部附属中学校	1	鍋島 充輝
		1	橋口 日和
		1	山口 悠希
		2	藤光 令美愛
長崎県	長崎大学教育学部附属中学校	3	宮路 仁魁
	熊本市立北部中学校	2	鹿子木 希
熊本県	熊本大学教育学部附属中学校	1	石塚 大賀
		1	山中 碧葉
		2	吉田 有花
		3	江藤 愛奈香
		3	福川 由珠
		3	遊亀 右京
大分県	大分市立上野ヶ丘中学校	2	時松 知里
	大分市立滝尾中学校	2	池見 晴佳, 岩本 小春
宮崎県	延岡市立岡富中学校	2	長友 玲々
	延岡市立島野浦中学校	1	佐藤 凡乃佳
	宮崎県立宮崎西高等学校附属中学校	3	甲斐 健心
鹿児島県	鹿児島市立伊敷中学校	1	郡山 智成
		2	荒木 結葉
	鹿児島市立鹿児島玉龍中学校	1	鶴田 泰斗
		1	牧内 結生
		2	大脇 美桜
		2	木田 穂花
		2	高橋 陽菜

鹿児島県	鹿児島市立鹿児島玉龍中学校	3	河野 結衣
		3	寺田 匡輝
	鹿児島市立鴨池中学校	3	下橋 心, 馬場 大誠, 溜 泰知
	鹿児島大学教育学部附属中学校	1	迫田 翠琴
		1	永田 愛彩
		1	広瀬 航
		2	立和田 美佳
		2	西 優美子
沖縄県	沖縄県立球陽中学校	3	上地 明德
アメリカ	ニュージャージー日本人学校	8	宮崎 梨世

高等学校の部

学校名		学年	氏名
千葉県	芝浦工業大学柏高等学校	1	栗本 晴生
	海城中学高等学校	2	阿部 匠朗
東京都	東京都立小石川中等教育学校	4	松本 凜太郎, 堀内 佑, 村松 和音
	広尾学園高等学校	2	三好 輝昂
神奈川県	桐蔭学園高等学校	3	金森 裕花, 脇 理紗
福井県	福井県立武生高等学校	1	牧平 健人
		1	吉田 皓貴
愛知県	椋山女学園高等学校	1	今泉 里奈
		1	田中 日那
三重県	三重県立名張高等学校	1	上北 一心
		1	中村 玲菜
		1	福濱 侑歩
		1	吉田 燦太
		2	井上 瑞穂
		2	公文 茜
		2	田巻 花帆
		2	中本 佳乃子
大阪府	関西大学高等部	1	阿部 未聖
		1	稲田 佳宏
		1	大江 菜月
		1	新川 範佳
兵庫県	神戸国際高等学校	3	藤田 朱里
奈良県	育英西高等学校	1	下西 悠香
		1	仲野 日菜
		1	米田 光希
宮崎県	宮崎県立五ヶ瀬中等教育学校	5	穴井 拓海

審査を終えて —中央審査委員からのメッセージ—



根上委員長

今年はコロナ禍のため夏休みが短縮されたこともあり、当初は例年よりも応募作品が少ないだろうと心配していました。その心配をよそに応募総数は11,397件。昨年を下回ってはいるものの予想を大きく超えた数になっています。とはいえ、今年は大人の影を匂わせる作品も多かったように思います。コロナ感染防止のためにリモートワークが推進されていたこともあり、ご両親が自宅にいて、お子さんの自由研究に協力をしてくれたからかもしれませんね。しかし、大切なことは大人が知っている既存の知識の中に子供を誘導してしまわないことです。工作の手伝いをしたり、実験に付き合ったりと、自由研究は親子の絆を強くする機会を与えていると思いますが、大切なことは子供たちの自由な発想を出発点にして、大人がどのように助言をしていくかです。そのさじ加減を間違えてしまうと、この作品コンクールでは優勝することはありません。いずれせよ、中央審査委員会に上がってきた今年の作品もおもしろいものが目白押しでした。私たちの予想通りに新型コロナウイルス感染に関連したテーマを研究したものもあれば、文理融合的な研究もありました。算数・数学の自由研究はコロナに負けず、まだまだ健在です。



伊藤委員

今年は夏休みの短かった学校も多いようですが、自粛期間中ずっと在宅だったからできた研究や、新型コロナウイルス感染症、ペルセウス座流星群など今年ならではの研究もありました。研究対象を数学で説明するためには、上手な数学的モデル化をしなくてはなりません。さらに形、色、匂いなどたくさんの要素から必要な要素を取り出し数値化することも必要になります。一方、数学の研究では、次元を上げるなどの一般化を考えることもできます。今回の作品はどれも、数学が教科書の中だけではなく、いろんなところにいろんな顔で隠れていることを示しています。次回もぜひ、あなたの目で見つけた面白い数学の報告をしてください。楽しみにしています。

銀島委員

今年もたくさんの素晴らしい作品を見せていただきました。新型コロナウイルス感染症が世界的大流行にある中で新しい学年が始まりました。授業や行事、日常生活に制限が加わり、今も続いています。そのような状況の中、疑問に思う気持ちを大切に、算数・数学の自由研究に取り組んで作品を応募された皆さんに、心からの敬意を表します。簡単には見ることができないウイルスや感染症拡大という脅威にどう対応すれば良いのか、世界中で研究が進められています。今回、自由研究に取り組んだ皆さんの熱意は、そうした研究にも共通します。これからも、皆さんの「不思議だな」を大切に研究を続けていってください。きっと、さまざまな問題の解決方法の発見につながります。



桜井委員

第8回の今回はコロナ禍の影響でコンクールの開催自体が危ぶまれましたが、実現できて本当によかったと思います。自由研究はその言葉どおり自由がポイントです。自分で自由にテーマを探し、自由な方法・手段で実験・検証・分析・考察を行います。教科書で算数・数学を学ぶスタイルとはまったく別な姿勢で算数・数学に向かい合うことになります。コンクール参加者がそこで得られる経験には特別の価値があります。過去の応募作品を見ることは初めての参加者にとっては、自由研究をするにあたりとても参考になります。しかし、影響を受けすぎることはデメリットになりかねません。あくまでも自分で自由に算数・数学をすることにこだわることを期待しています。



中島委員

アメリカ留学から帰国後2年ぶりの算数・数学の自由研究中央審査委員は、やっぱりとっても楽しい最高の時間の連続でした！皆さんの自由で、躍動する発想、動機、発見、試行錯誤、発明……に改めて心を揺り動かされ感動していました。とはいえ、なかなかオリジナルな発想・発見・発明なんてできないかと思ひます。発想が浮かばず苦しんだり、逃げたり、せっかくがんばったのに賞がとれず悔しい想いをしている人もいるかもしれません。でも、本自由研究が大事にする点は、遊びや日常生活の中に隠れた算数・数学にふと気づき、ときにたくさん失敗しながら試行錯誤する過程そのもの。評価に関わらず、そうした発見・発明は(たとえ数学的に間違っている!)非常に大事なあなただけの体験であり、財産です。ぜひ、プレイフルに！本コンクールを通じて、あなただけの算数・数学に出会って頂けたら嬉しいです。

アメリカ留学から帰国後2年ぶりの算数・数学の自由研究中央審査委員は、やっぱりとっても楽しい最高の時間の連続でした！皆さんの自由で、躍動する発想、動機、発見、試行錯誤、発明……に改めて心を揺り動かされ感動していました。とはいえ、なかなかオリジナルな発想・発見・発明なんてできないかと思ひます。発想が浮かばず苦しんだり、逃げたり、せっかくがんばったのに賞がとれず悔しい想いをしている人もいるかもしれません。でも、本自由研究が大事にする点は、遊びや日常生活の中に隠れた算数・数学にふと気づき、ときにたくさん失敗しながら試行錯誤する過程そのもの。評価に関わらず、そうした発見・発明は(たとえ数学的に間違っている!)非常に大事なあなただけの体験であり、財産です。ぜひ、プレイフルに！本コンクールを通じて、あなただけの算数・数学に出会って頂けたら嬉しいです。



藤田委員

数学を発見しようとする作品が多かったと思います。

日常の数理から得られる数学を発展させるような作品が小・中学校に比べて少なかったのは少し残念でした。今後に期待しています。

高校生の審査を担当しました。数理そのものを調べた面白い作品も多くありました。今年は大学以降の程度の高い数学を用いて議論する作品は少なかったのですが、高校の範囲で面白くまた新しい



蒔苗委員

今年の自由研究作品コンクールは新型コロナウイルスの感染拡大を受けて今までにない状況での実施となりました。応募総数は減ってしまいましたが、それでも私たちが予想したよりも多くの作品が寄せられました。こうした状況だからこそ、子供達が学校の外で、自分たちで、また、身の回りの人と協力して、何かに取り組むことの大切さが認識できました。研究テーマ自体がコロナに関連するものもありましたが、別のテーマにも共通するポイントは、やはり、算数・数学を使って、疑問に思ったこと、不思議に思ったこと、解決したいと思ったことに取り組む姿勢でした。算数・数学の自由研究が、これからも皆さんの成長と共に発展していくことを期待します。

今年の自由研究作品コンクールは新型コロナウイルスの感染拡大を受けて今までにない状況での実施となりました。応募総数は減ってしまいましたが、それでも私たちが予想したよりも多くの作品が寄せられました。こうした状況だからこそ、子供達が学校の外で、自分たちで、また、身の回りの人と協力して、何かに取り組むことの大切さが認識できました。研究テーマ自体がコロナに関連するものもありましたが、別のテーマにも共通するポイントは、やはり、算数・数学を使って、疑問に思ったこと、不思議に思ったこと、解決したいと思ったことに取り組む姿勢でした。算数・数学の自由研究が、これからも皆さんの成長と共に発展していくことを期待します。



吉川委員

今年の夏はコロナウイルスの影響でスイスから日本に帰国できず、とても残念だったようです。そこで、父親の乗る小型飛行機を使って日本へ帰ることを想像し、飛行計画を作りました。地球に見立てた球面のボールや世界地図など用いて、飛行機が飛ぶルートや経由地、距離、飛行時間など調べ、いちばん良いと思う計画を立てています。自分の算数の力で行い、「考えるのは楽しかったです」と感想を記しているのが印象的でした。

小学生から中学生、高校生までの「算数・数学の自由研究」作品を読み、とても楽しく思いました。小学校の部では、素朴な関心や問題意識をもとに、自分の算数・数学の知識や技能を生かして問題解決していく様子が見られました。例えば、ジュネーブ日本語補習学校3年のゴア裕隆くんは、



渡辺委員

本年度は例年と異なり新型コロナウイルス対応でみなさんの学習環境も大きく変化し、自由研究が十分にできないのではないかと心配しておりました。そのような中でも、身の回りの日常を数理の視点で切り取って探究していく多くの優れた作品が寄せられ、皆さん方の学びの力強さと創造力に感銘を受けています。中学生の部門の審査を担当しましたが、数学を使うことを目的に課題が構築されるのではなく、自身の身の回りの課題から出発して数学のまな板の上で課題解決的に論理を展開し、結果を導くことは大人でも容易なことではありません。今回、表彰された作品もされなかった作品も、皆さんが着実にものごとを客観的に科学の視点で捉えることができるようになったことを証明しており、デジタル時代を担うこれからの若い皆さんの活躍が目に見えそうです。来年の作品も楽しみにしています。

表彰の集い

新型コロナウイルス感染予防の観点から、今年度は、2020年12月20日にオンラインにて表彰の集い(表彰式・作品発表)を開催しました。



最優秀賞・優秀賞・特別賞 - 受賞作品の紹介と講評

塩野直道賞

小学校低学年の部

小がたひ行きでスイスから日本へ行きたい!!!

スイス ジュネーブ日本語補習学校 3年 ゴア 裕隆

全5ページ



研究テーマ(タイトル)

小がたひ行きでスイスから日本へ行きたい!!!

ジュネーブ日本語補習学校 3年 ゴア 裕隆

1.きっかけ

私は毎年夏休みに、おばあちゃんに会いに日本へ行くのですが、今年はコロナウイルスのせいで日本に行くことができません。この間、お父さんの小がたひ行きにのった時に、このひ行きで日本に行くことができないかなと考えました。そこで、お父さんの小がたひ行きでどこまで何回とまれば日本まで行けるのか、どのくらい時間がかかるのかを調べてみることにしました。

2.1人きりの方へ

スイスのほとんどの家の近くのひ行場(Bex)から日本(東京羽田)につくまでのひ行時間を計算します。

- 1.Bexから東京羽田までのさいたんルートを確認。
- 2.1人きりの方へ。
- 3.ひ行時間を計算する。
- 4.羽田とちかくまでにかかるとき間を計算する。

3.さいたんルートを確認

さいたんに、スイスから日本までさいたんきりでのべるルートを調べました。いつも日本へ行く時のひ行きは、長い間ロシアの上空をとんでいきます。なぜスイスから東へ東へと東ヨーロッパをこえて中国の上をとんで行かないのかな、ロシアの上空を越えてひ行すればいいかなと考えるのを、たしかめてみよう



それを広げてみると、東へ向かう点線は、二つの点を直線でつなぐ線よりも長く、かなり遠回りになっていることがよくわかります。

4.ひ行ルートを考える

日本へ行くためのさいたんのルートを考えるためには、SkyVectorというウェブサイトをみました。このウェブサイトでは調べたBexから東京羽田までのルートは、

5286nm(ナミカルマイル)、つまり、5286海里です。

1海里(nm)は1852mなので、

$5286nm \times 1852 = 9789672m = 9782km672m$ になります。



まだ計算しやすくなるように、ひ行のルールをきめました。

ルール:

- ・風はなし。
- ・パイロットはつかれない。
- ・日中のひ行時間は朝6時から夜20時まで。
- ・よそ外のことには起こらない。
- ・すべてのひ行はよいきを通ることがでできる。
- ・すべての空を、ひ行場にちかくくることがでできる。



-3-

思いました。

まず、調理用のボールを北半球に見立てて、Bexと羽田のいちをボールにかきこんでいきました。ボールのそこは少し平らですが、大体次のようになりました。(お父さんに手つたてもらいました)



・スイス Bex

・東京羽田

北緯46.2度と東経1度18分と北緯35.5度と東経139.78度



次にラップをボールの上にかけて、二つの地点をラップでつなぐと、ラップをつくえの上に平らに広げて、二つの点をまっすぐな線でつなぐことができます。



それをもうひとつボールの上にかけてみると、二つの地点をむすむと直線は、ボールのかなり上の方(北のロシアの上空)を通ることがわかりました。



ために、スイスから東へ向かうルートもボールにかけたラップの上に、点線でかいてみました。

-2-

▲2ページ目

講評

ジュネーブ日本語補習学校3年のゴア裕隆さんは、今年の夏はコロナウィルスの影響でスイスから日本に帰国できず、とても残念だったようです。そこで、父親の乗る小型飛行機を使って日本へ帰ることを想像し、飛行計画を作りました。地球に見立てた球面のボールや世界地図など用いて、飛行機が飛ぶルートや経由地、距離、飛行時間など調べ、いちばん良いと思う計画を立てています。自分の算数の力で行い、「考えるのは楽しかったです」と感想を記しているのが印象的でした。

中央審査委員会

3ページ目▶

※紙面の都合で、受賞作品は一部のみを紹介しています。理数教育研究所のホームページで、作品のすべてをご覧いただけます (<https://www.rimse.or.jp/>)。



1 みたいな分数 ナンバー1

太子町立龍田小学校5年 山本 彩奈

1 はじめに

コロナのために学校がないので、お父さんが小学5年で習う分数の足し算のために、分数のおもちゃを買ってくれました。それは、トレイに「1/2」「1/3」「1/4」「1/5」「1/6」「1/7」「1/8」「1/9」「1/10」「1/12」の分数ピースを組み合わせて円形の「1」を作るパズルゲームです。丁寧に組み合わせていたと、右の写真のようにトレイにぴたりはまる組み合わせを見つけることができました。しかし、お父さんに「それは1じゃないよ。1より少し大きいよ。」と言われました。おもちゃの説明書には、「トレイにピースをはめ込んだときぴたりとはまったようでも1でないことが起こります。これは、ピースをはめ込んだ時に多少のあそびを持たせているためです。」と書いてありました。



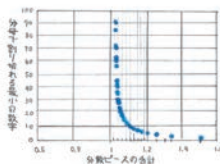
このパズルゲームでは、1より少し大きくてもトレイにはまることがあるのです。そこで、1みたくに見えなくても、1ではない分数ナンバー1を見つけようと思いました。分数ナンバー1とは、「1より大きく、1に最も近い分数の組み合わせからなる数」としました。

2 研究方法

分数ピースは全部で10種類66枚あります。このため、66枚を使えた組み合わせは数え切れないほどあり、「1より大きく1に近づくための法則」を見つけにくいと思いました。そこで実験は10種類の中から2種類の分数ピースを選び組み合わせることで、法則を見つけることにしました。そして、その法則をもとに、10種類66枚の分数ピースから最強の組み合わせを考えました。

▲1ページ目

組み合わせ	ピースの合計	割り切れる最小の数字
1/2と1/2	1.5	2
1/2と1/3	1.33333333	3
1/2と1/4, 1/6と1/6	1.25	4
1/5と1/5	1.2	5
1/2と1/3, 1/2と1/6, 1/3と1/6, 1/6と1/6	1.66666667	6
1/2と1/7	1.42857143	7
1/2と1/8, 1/4と1/8, 1/8と1/8	1.25	8
1/3と1/9, 1/3と1/9, 1/9と1/9	1.11111111	9
1/2と1/5, 1/2と1/10, 1/5と1/10, 1/10と1/10	1.1	10
1/2と1/3, 1/3と1/4, 1/3と1/12, 1/4と1/12, 1/6と1/12, 1/6と1/12, 1/12と1/12	1.03333333	12
1/2と1/7	1.07142857	14
1/3と1/5	1.06666667	15
1/2と1/9, 1/6と1/9, 1/6と1/9, 1/9と1/9	1.05555556	18
1/4と1/5, 1/4と1/10, 1/5と1/10	1.05	20
1/3と1/7	1.04761905	21
1/2と1/8, 1/4と1/8, 1/8と1/8	1.0625	24
1/5と1/7	1.03571429	28
1/5と1/6, 1/6と1/10, 1/10と1/10	1.03333333	30
1/5と1/7	1.02857143	35
1/4と1/9, 1/9と1/9, 1/9と1/9	1.02777778	36
1/5と1/8, 1/8と1/10, 1/10と1/10	1.025	40
1/6と1/7	1.01587302	42
1/2と1/9	1.02222222	45
1/7と1/8	1.01785714	56
1/5と1/12, 1/12と1/12	1.01666667	60
1/7と1/9	1.01537931	63
1/9と1/10	1.01428571	70
1/8と1/9	1.01111111	72
1/7と1/12	1.01190476	84
1/9と1/10	1.01111111	90



上表や左グラフより、「分母の積」ではなく、「2つの分母の両方で割り切れる最小の数字」を考えることで、次にしめす法則が、すべての組み合わせで成り立つことがわかりました。

2つの分母の両方で割り切れる最小の数字が大きくなるほど、ピースの合計が小さくなる。このため、2つの分母の両方で割り切れる最小の数字が大きいほど、1に近い分数の組み合わせになる。

-4-

▲4ページ目

<考察1>

分数ピースの合計が1通りしかない組み合わせ（表1の青色）に注目しました。合計の大きいものから順に並べると、右表になりました。分母の数が大きい組み合わせのとき、1に近づいていたので、分母の和や積との関係を探りました。そうすると、「1/3と1/9」の組み合わせをのぞくと、分母の積が大きくなるほどピースの合計が小さくなりました。だから、1に近づく分数ピースの組み合わせは、分母の積が大きい方がよいと考えました。

組み合わせ	合計	分母の和	分母の積
1/4と1/2	1.25	6	8
1/3と1/3	1.33333333	12	9
1/2と1/2	1.07142857	9	14
1/5と1/5	1.06666667	8	15
1/4と1/3	1.024375	10	21
1/7と1/4	1.03571429	11	28
1/7と1/5	1.02857143	12	35
1/2と1/6	1.02777778	13	42
1/9と1/3	1.02222222	14	45
1/8と1/7	1.01785714	15	56
1/6と1/7	1.01587302	16	63
1/10と1/2	1.01428571	17	70
1/4と1/9	1.01537931	17	72
1/2と1/7	1.01190476	19	84
1/10と1/7	1.01111111	19	90

<考察2>

次に、分数ピースの合計が2つ以上ある組み合わせ（表1のオレンジ色）に注目しました。これらの組み合わせでは、分母の積が大きくなるほど、1に近づくわけではありませんでした。しかし、分数ピースの合計が1.033333333について考えたとき、新しい発見がありました。

1.033333333になるには、右表の3通りの組み合わせがあります。「1/6と1/10」の分母の両方は、「1/6と1/10」の分母の積“60”を割り切ることができるのですが、「1/5と1/6」「1/3と1/10」の分母の積“30”も割り切れることに気が付きました。つまり、「1/5と1/6」「1/3と1/10」「1/6と1/10」の3通りは、2つの分母の両方で割り切れる最小の数字が“30”であることに気が付いたのです。そこで、表1のすべての組み合わせについて、2つの分母の両方で割り切れる最小の数字を考えたいところ、次の表やグラフのようになりました。

-3-

▲3ページ目

講評

1/〇（単位分数）を用いて遊ぶゲームから興味を持ち、自然とはじまった素敵な研究。少しだけ1とは違う、でも1にできるだけ近い分数をどう作るか・・・彼女の探究はどんどん膨らんでいきます。実はこの研究は深い数の不思議につながっています。エジプト時代は単位分数の和で全ての分数を表していたり、背後には実は素数の神秘があったり・・・現代の数学者をも魅了する世界へようこそ！ 非常に深い考察も発見も驚きもあり、とても興味深く読みました。ぜひ、これからもこの探究をもっともっと深めてください！

中央審査委員会



1. 選定理由

数学で、「確率」を学習し、面白いと感じた。そして、よく考えてみると、私達の人生も選択の連続で、確率が生じている。
例えば、友達とするジャンケンや、カードゲームもその一つである。
また、自分の夢もかなえたい。そのタイミングで、どんな選択をするかが大切だと思うが、私達は、そこを深く考えずに生きていくように感じる。
そんな時、「パスカルの三角形を使った実験」を見て、毎回2分の1の確率を置いていくことで、なぜ中央に入る確率が高くなるのか不思議に思った。そして、自分が決めた数(利率の夢)を大きくすることは可能なのか調べてみたいと思い、実験することにした。

2. 準備するもの

- ・ スチレンボード (A2サイズ) 2枚
- ・ 方眼紙 (B3サイズ) 1枚
- ・ ピン 52本
- ・ ビー玉 60個
- ・ カッターナイフ
- ・ 鉛筆
- ・ 定規
- ・ 両面テープ



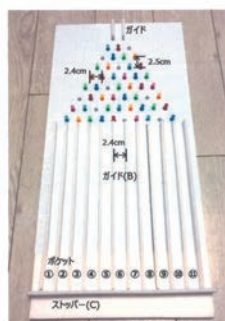
<写真1>

3. 作製手順

1. スチレンボード2枚を、縦60cm×横30cmに切り、両面テープで貼り合わせる。
2. 余ったスチレンボードから、<写真2>のパーツを切り出し、片方切斷面を両面テープで貼る。
3. 方眼紙を、縦50cm×横30cmに切り、両面テープでスチレンボードに貼る。
4. <写真3>のように、2.4cm間隔(ビー玉が平均1個入る幅)にピンを差し、パーツを貼り付ける。



<写真2>



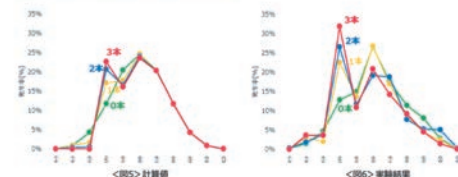
<写真3>

▲2ページ目

6. 考察

実験①、②の結果(ポットに入る発生率)から、分かったことを以下にまとめた。

- ・ポットに入る発生率は、「パスカルの三角形」で導かれる計算値と概ね傾向が一致する。
・中央に入る数も人入り。また右に行くと計算値と少しずれる。山のようになっている。
・ピンの配置を変えても、その確率を変えなければならない。
・入れたポット(ここではB)の直上のピンを抜くと、確率が上がる。
・ピンを抜く本数を増やした方が、確率が上がる。
・ピンを抜く位置は、右側の方が、確率が上がる。
・ピンを抜いた左右(ポットBに近いと遠い)に入る確率が下がり、その分が上がる。
・ピンを抜いても、ポットBに入る確率は比較的高いまま、山のようにはなっていない。
・ピンを抜いた反対側(ここではA)は、ほとんど影響しない。



7. まとめ、感想

計算値と実験結果はほぼ一致したものの、実験結果は左右に若干の傾向があり、「パスカルの三角形」の確率に導かれる数を見て体験することができた。

ピンの配置次第で、自分が決めた場所の確率を変化させ、大きくすることが可能であり、また右側の位置(高い位置)からピンを取り除くことで、その確率を高めることもできることが分かった。

私の好きな「宇宙兄弟」という漫画に登場する宇宙飛行士、ブライアン・Jは、このように言っている。

人の人生における「夢」の「夢」の「夢」がある
人は例えば、「宇宙へ行く」か「大成功を収めた時」
自分の前に現れた「大成功」に「夢」を
向こう側へ行くことを諦めよう
「開けられる」が「ない」... ーってな

だがどうもこれはない
本日ははじから、そんな「バカでいい」な、なんともない
小さな「バカ」は、いかにあるだけ

目標をしっかりと立てて、そこに向かって早めの下を踏む(確率を上げる)ことが、夢実現への近道ではありそうだ。

以上

▲6ページ目

【実験：③】実験②の結果を元に、自分が決めたポットに入る確率を意図的に上げられないか検証する。

実験①で、ビー玉は中央のポットBに最も多く入ったことが、「パスカルの三角形」の確率からも確認できた。
実験②で、「ピン」の配置を変えて、他のポット(ここではA)に入る確率を上げられないか、「パスカルの三角形」を計算し直し、実際に検証してみた。

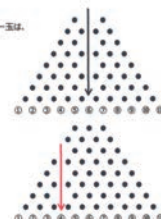
～仮説：パスカルの三角形の再計算～

例えば、縦中央にある4本のピンを全て取り除いた場合、ガイド(A)から落とされたビー玉は、何の確率もないまま、真下のポットBに入ることは容易に想像ができる。

同じ程度で、ポットBに入る確率を上げたい場合は、その上にある3本のピンを全て取り除けば良いのでは?と仮説を立てた。
＜付録②-1＞に、3本ピンを取り除いた際の確率を再計算してみた。

ピンを抜いたところでは、左右に分かれる確率は「1/2」となり、その下段のピンに100%の確率で入るというが、計算のポイントとなる。
計算上は、ポットBに入る確率は11%→23%まで増えた。
縦中央ポットBの24%と同等になる見込みになった。

同時に、2本ピンを取り除いた場合、1本ピンを取り除いた場合も検証し、
＜付録②-2＞、＜付録②-3＞にて、その確率を計算してみた。

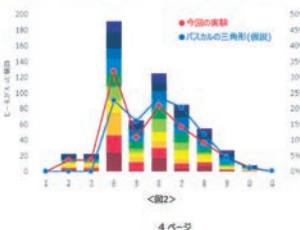


～実験結果：ピン配置を変えた場合～

＜表2-4＞、＜表2-4＞にそれぞれのポットに入ったビー玉の数をまとめた。
ビー玉はポットBに最も多く入った(全体の32%)。次に中央のポットB(全体の21%)となり、二山はつちととなった。
仮説で立てた確率よりも高くなっているが、ピン配置を変えても、確率を高められることが分かった。

＜表2＞ポットに入ったビー玉の数～3本ピンを取り除く場合～

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合計
1回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
2回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
3回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
4回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
5回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
6回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
7回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
8回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
9回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
10回目	15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	60
合計	150	20	20	20	20	20	20	20	20	20	600
発生率	25%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	3%	100%



▲4ページ目

講評

人生の中における決断に確率が関わることに気づいたことで確率を自分のことに関わるものとして捉えている点がユニークです。有名な数学実験「パスカルの三角形を使った実験」を一から製作し、異なる条件(ピンの取り除き方)のもとで実験を行っています。装置は精度良く作られており、検証結果も簡潔にまとめられています。教科書で学んだ確率を実験することで実感を獲得できた様子がよくまとめられています。

中央審査委員会

高等学校の部

月の我が家は大丈夫？—ペルセウス座流星群による月面衝突閃光についての考察—

神奈川県 慶應義塾湘南藤沢高等部 3年 宮内 唯衣

全 9 ページ

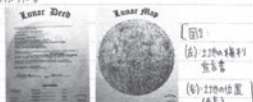


月の我が家は大丈夫？

— 小惑星座流星群による月面衝突閃光についての考察 —

廣德義塾湘南縣泅高等部 3年 宮内 唯衣

1. 目的

[illegible]

2 方法

今日の月面探検実況を撮影したのは、早稲田博物館の学芸員、藤井大地さんにお話を伺い、撮影したのは何人等をあわせて伺った。自分の撮影のデータではなく、詳しい情報は伺わない方が、要約画や過去のルビセウズ、良品部材の月面探検実況光に関する論文を参考に検証を進めた。

3. 考察

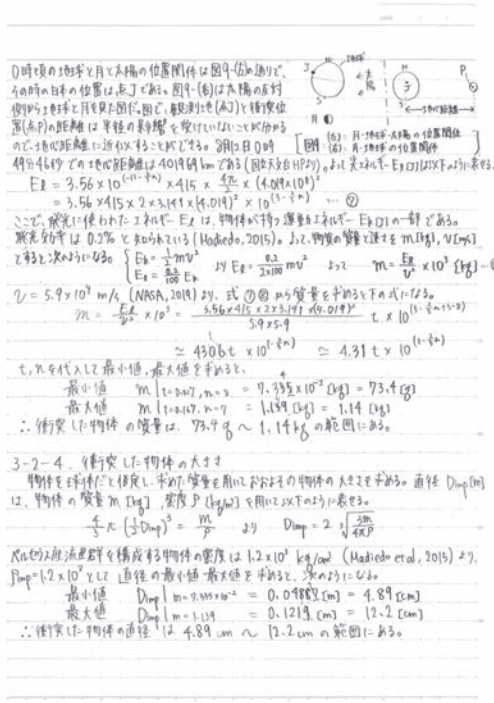
藤井さんから聞いた情報内容は以下の通りだ。

- ・撮影した動画は上向きである。
- ・発光した明るさについて、詳しい測定はしていないが、約8等級と推定される。
- ・月面の様子は不明なので、衝突した物体はバウンダリス座流星群由来だと断言はできない。

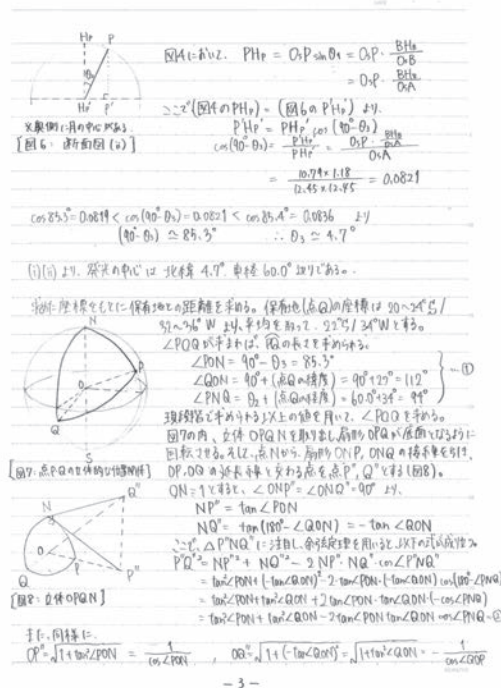
この情報を手取りに考察を進めた。3点目について、観測時期がペルセウス座流星群の極大期であったことから、 α 座流星群由来の物質が衝突したと仮定し、本稿では検討している。

-1-

▲1ページ目



- 6 -



▲3ページ目

講評

2020年8月12日にペルセウス座流星群による月面衝突閃光が捉えられたというニュースを知り、自身が所有する月の土地への影響を調べた作品です。閃光の写真を撮影した博物館学芸員の話や、月面衝突閃光に関する論文を参考にして、衝突した月面の位置やその衝突物の質量や大きさ、衝突によってできたクレーターの大きさ、粉塵が及ぶ範囲を計算しています。このような事実を高校数学で学ぶ関数や数列などを駆使して導いたところも面白いと思います。

中央審査委員会

COVID-19 の感染拡大に数理シミュレーションで挑む!

国立 岡山大学教育学部附属中学校 3年 佐野文音

1. 研究の動機と目的

今年新型コロナウイルス (COVID-19) 感染が拡大したことで、新学期になっても中学校に行けなくなりました。毎日のように新規感染者数が公表されてその数に一喜一憂する日々が続いた。COVID-19 の感染拡大を防ぐために、マスク・手洗い・うがいをする、3つの密を避けて外出しないなどを皆が実施したことで、6月になって感染者数が減少して学校に行けるようになった。いつまでも感染が続くのではないかと不安に思っていたが、あっさり感染拡大が止まったのは大変驚いた。そして、再び訪れた感染の第二波も減り始めている (図1)。COVID-19 感染の拡大と収束があまりにきれいに起きるので自由研究のテーマとして研究することにした。感染の様子を小学校の時に習ったスクラッチで再現 (シミュレーション) して条件 (パラメータ) を変えることで、感染がどうなるのかを調べてみた。COVID-19 についてはまだ分からないことだらけだが、接触頻度と回復時間、免疫保有者の割合の感染拡大に対する影響を調べることで、感染を収束させるための糸口をつかむことを目指した。

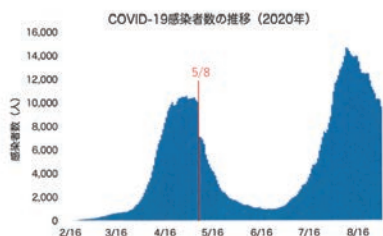


図1. 2020年のCOVID-19感染者数の推移。(陽性者数・退院者数・死亡者数)の積算5/8からデータソースが厚労省集計から各自治体の公表数に変更されている。

▲1ページ目

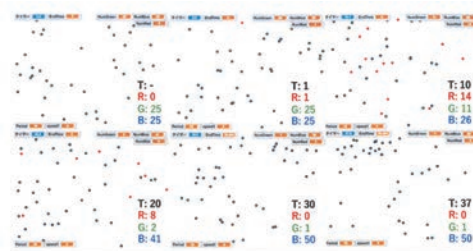


図5. 未感染者 (●) が25個、免疫保有者 (●) が25個、移動速度4での実験の一例経過時間 (T)、感染者数 (R)、未感染者数 (G)、免疫保有者 (B) を右下に表示

3. 研究の結果と考察

【実験1】移動速度を1, 2, 4, 8, 未感染者数を10, 25, 50, 100個、免疫保有者数を0個、回復時間は200秒として、感染完了までの時間を比較した。移動速度1の場合、10個全てが感染するのにかかる時間は172.8秒かったが、25個では118.5秒、50個では76.1秒、100個では73.2秒となり、数が多い方が早く感染が進むという結果になった (図6、表1)。これは、数が増えて密度が増すことや速度が速くなることで、接触の頻度が増し、感染が早く進んだのだろう。やはり、密になり接触頻度が増すことは、感染リスクを増加させるようだ。ここで不思議だったのは、50個と100個の違いがあまりに小さいことだ。これはどうもPCの処理速度が違いつかないために起きたようだった。

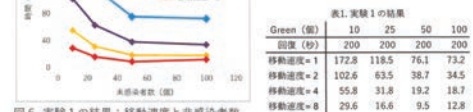


図6. 実験1の結果: 移動速度と未感染者数

-4-

▲4ページ目

【実験4】実験3の条件のうち回復時間のみを10秒に変更して実験を行った。これまでの実験では回復時間を200秒と感染完了時間よりも長く設定していたので、未感染者は最後には感染して全てRedになって終わっていた (図4)。実験4では、回復時間を10秒と感染完了時間の半分を設定したので、感染が拡大していく途中で感染から回復し免疫を獲得した免疫保有者Blueになる者が現れ始め、最後は全てがBlueまたはGreenになって終わった (図5、感染収束)。また、免疫保有者Blueの割合 (免疫保有率) が増えるにつれて未感染の数が減った。特に免疫保有率40%の2.3個を境に急激に増え、70%の9.1個をピークに減り始める (表4)。これは、免疫保有率が80%と90%の場合、もともと最初の未感染Greenの数が10個と5個であり (表4)、それ以上になることはなかなかである (図9左の●)。そのため、未感染のままの割合をみると、免疫保有率の増加に伴って右肩上がりに上昇し、免疫保有率が90%の場合では未感染Greenの88%が未感染のままであった (図9右の▲)。一方、感染収束までの時間は未感染だけの場合には28.5秒だった (図9右の●)。回復時間が200秒のとき同じ未感染だけでは19.1秒であるが (表3)、これは感染完了までの時間であり、両者の間には回復に要する時間である10秒の差がちょうどある。感染収束時間は免疫保有率が増加するにつれて長くなり、50-60%をピークに減少し始め、90%では12.6秒と0%の場合の半分以下になる (表4)。これは、実験3の結果のように50個までは免疫保有者Blueによる感染拡大に対する遅延効果が現れ、50%以上では感染の連鎖を断ち切る効果が現れているのではないだろうか。

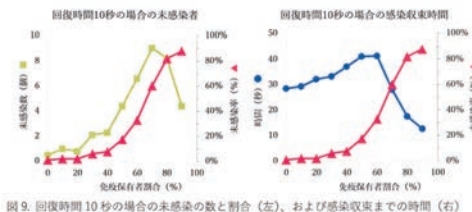


図9. 回復時間10秒の場合の未感染者の数と割合 (左)、および感染収束までの時間 (右)

表4. 実験4の結果												
Green (個)	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5		
Blue (個)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45		
Blue率 (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90		
R/G比	0	0.11	0.25	0.43	0.67	1	1.5	2.33	4	9		
回復 (秒)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10		
移動速度	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4		
感染収束 (秒)	28.5	29.3	32.1	33.3	37.1	41.2	41.4	28.0	17.4	12.6		
Green残 (個)	0.5	1.0	0.8	2.1	2.3	4.4	6.6	9.1	8.2	4.4		
Green残 (%)	1.0	2.2	2.0	6.0	7.7	18	33	60	82	88		

-6-

▲6ページ目

講評

世界中で猛威を振るっている COVID-19 の感染拡大をテーマに、その現象を説明する数学モデルを自ら考え、コンピュータによるシミュレーションで感染拡大とその収束のメカニズムを検証した優れた作品です。数式や関数で直ぐに書き下せない複雑な実現象をアルゴリズムで表現し、シミュレーション実験で計画的にデータを生成して感染の収束に必要な法則を導いていく方法はコンピューティングサイエンスという新しい科学研究の技法です。COVID-19 の未知の脅威に数理の力で挑み合理的な検証結果を導いた作者の力量はとて高く、文部科学大臣賞にふさわしい自由研究になっています。

中央審査委員会

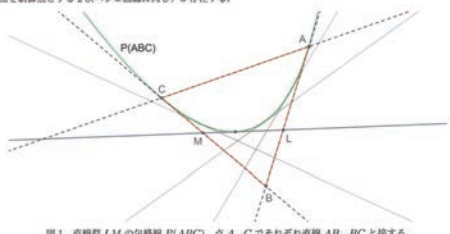


三角形における包絡線により定まる楕円の性質 —シュタイナーの内接楕円および外接楕円との関係—

石本 貴昭*

1 概要

三角形 ABC において、点 A から点 B に向かって点 L が移動し、同時に点 B から点 C に向かって点 M が移動すると、直線 LM の包絡線 $P(ABC)$ は放物線となる (図 1)。また、三角形において 3 つの包絡線としての放物線 (3 頂点を制御点とする 2 次ベジェ曲線に同じ) が存在する。

図 1. 直線群 LM の包絡線 $P(ABC)$. 点 A, C でそれぞれ直線 AB, BC と接する。

私はこの性質に興味を持ち、動的数学ソフトウェア「GeoGebra」を用いて作図を行ったところ、これら 3 つの包絡線により定まる新たな楕円を発見した。そこで、この楕円の性質を明らかにすることを本研究の目的とした。その結果、この楕円とシュタイナーの内接楕円、およびシュタイナーの外接楕円が常に相似であることを発見し、証明した。また、この新たな楕円に関する諸定理を証明した。

2 事実

事実 1

パラメータ α を含む曲線族 $f(x, y, \alpha) = 0$ の包絡線の方程式は、以下の連立方程式の解である。

$$\begin{cases} f(x, y, \alpha) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} f(x, y, \alpha) = 0 \end{cases}$$

* 学校法人中央大学 中央大学附属高等学校 3年

1

▲ 1 ページ目

であるから、接線 l_P の方程式は

$$\left(b + \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)x - \frac{2\sqrt{3}a-3+\sqrt{3}}{6}y - \left(a + \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)y - \frac{2\sqrt{3}b-3+\sqrt{3}}{6} = 0$$

となる。この方程式に $(x, y) = (-1, -1)$ を代入すると成り立つので、接線 l_P は点 $(-1, -1)$ を通る。同様にして、直線 l_U の方程式は

$$\left(b + \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)x - \left(a + \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)y + \frac{a-b}{2} = 0$$

であるから、接線 l_Q の方程式は

$$\left(b + \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)x - \frac{2\sqrt{3}a-3-\sqrt{3}}{6}y - \left(a + \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)y - \frac{2\sqrt{3}b-3-\sqrt{3}}{6} = 0$$

となる。この方程式に $(x, y) = (-1, -1)$ を代入すると成り立つので、接線 l_Q は点 $(-1, -1)$ を通る。以上より、2 接線 l_P, l_Q の交点 D の座標は $(-1, -1)$ である。

同様にして、2 接線 l_Q, l_U の交点 E の座標は $(-a, -b)$ 、2 接線 l_P, l_U の交点 F の座標は $(a+1, b+1)$ である。3 点 D, E, F の座標を、シュタイナーの外接楕円の方程式 $(b^2+b+1)x^2 - (2ab+a+b+2)xy + (a^2+a+1)y^2 - (a-b)^2 = 0$ に代入すると全て成り立つ。■

定理 5.

9 点 I, J, K, P_i ($i=1, 2, \dots, 6$) を以下のように定める。

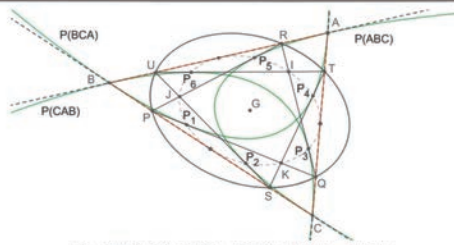
I : 線分 QR, TU の交点、 J : 線分 RP, US の交点、 K : 線分 PQ, ST の交点

P_1 : 線分 PQ , 包絡線 $P(BCA)$ の接点、 P_2 : 線分 US , 包絡線 $P(ABC)$ の接点

P_3 : 線分 QR , 包絡線 $P(CAB)$ の接点、 P_4 : 線分 ST , 包絡線 $P(BCA)$ の接点

P_5 : 線分 RP , 包絡線 $P(ABC)$ の接点、 P_6 : 線分 TU , 包絡線 $P(CAB)$ の接点

このとき、これらの 9 点は三角形 ABC におけるシュタイナーの内接楕円上にあり、また、 $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AG}$, $\vec{BJ} = \frac{1}{2}\vec{BG}$, $\vec{CK} = \frac{1}{2}\vec{CG}$, $\vec{GP}_1 + \vec{GP}_2 = \vec{GP}_3 + \vec{GP}_4 = \vec{GP}_5 + \vec{GP}_6 = \vec{0}$ が成り立つ (図 6)。

図 6. 包絡線 $P(ABC)$, $P(BCA)$, $P(CAB)$ および 9 点 I, J, K, P_i .

9

▲ 9 ページ目

「包絡楕円」の定義 2

三角形 ABC における「包絡楕円」を以下の方程式で定める (座標定義 2)。

$$f_1(x, y) + f_2(x, y) + f_3(x, y) = 0$$

すなわち

$$F(x, y) = 6a^2x^2 - 6(2c-1)axy + 6(c^2-c+1)y^2 - 6a^2x + 6(c-1)ay + a^2 = 0$$

5 定理

座標定義 1 および 2 において、三角形 ABC の重心を G とおく。

定理 1

三角形におけるシュタイナーの内接楕円、「包絡楕円」、およびシュタイナーの外接楕円は、三角形の重心を相似の中心として相似の位置にあり、相似比は $1:\sqrt{2}:2$ である (図 3)。

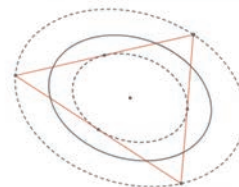


図 3. 三角形におけるシュタイナーの内接楕円 (破線、三角形内部)、「包絡楕円」(実線)、およびシュタイナーの外接楕円 (破線、三角形外部)。

証明. 座標定義 1 を用いる。事実より、シュタイナーの内接楕円とシュタイナーの外接楕円は相似である。よって、定理 1 を示すには「包絡楕円」とシュタイナーの外接楕円が相似であることを示せばよい。

まず、三角形 ABC におけるシュタイナーの外接楕円の方程式を求める。事実 2 より、三角形 ABC におけるシュタイナーの外接楕円の中心は点 G と一致する。また、 $A(1, 1)$, $B(a, b)$, $C(-a-1, -b-1)$ であるから、点 G は原点と一致する。よって、方程式を $px^2 + qxy + ry^2 + 1 = 0$ とおく (p, q, r は実数であり p, r は 0 でない)。

事実 2 より、三角形 ABC におけるシュタイナーの外接楕円は 3 点 A, B, C を通る。よって、3 点の座標をこの方程式に代入して係数を決定すると以下の通り。ただし、座標定義 1 より $a \neq b$ である。

$$p = \frac{b^2+b+1}{(a-b)^2}, \quad q = \frac{2ab+a+b+2}{(a-b)^2}, \quad r = -\frac{a^2+a+1}{(a-b)^2}$$

よって、三角形 ABC におけるシュタイナーの外接楕円の方程式は以下の通り。

$$(b^2+b+1)x^2 - (2ab+a+b+2)xy + (a^2+a+1)y^2 - (a-b)^2 = 0$$

次に、この楕円を点 G (原点) を中心として $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍に縮小することを考える。 $x \rightarrow \sqrt{2}x$, $y \rightarrow \sqrt{2}y$ と置き換えればよいので、縮小してできる図形の方程式は以下の通り。

$$2(b^2+b+1)x^2 - 2(2ab+a+b+2)xy + 2(a^2+a+1)y^2 - (a-b)^2 = 0$$

4

▲ 4 ページ目

講評

三角形の傍接放物線の方程式を 3 つ加えた方程式はある楕円の方程式となりますが、この楕円を傍接楕円と名付けました。この傍接楕円と内接シュタイナー楕円、外接シュタイナー楕円との美しい関係を見出し、さらに傍接楕円に関する色々な性質を見つけました。内接外接シュタイナー楕円には面白い性質が色々ありますが、それらとこの傍接楕円との関係を調べるとさらに面白くなると思われます。

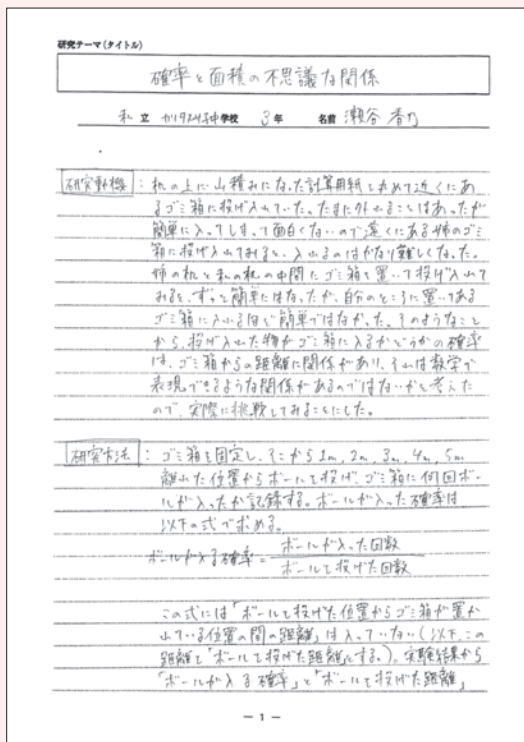
中央審査委員会

確率と面積の不思議な関係

神奈川県 カリタス女子中学校 3年 瀬谷 香乃



全 9 ページ



▲ 1 ページ目

講評

21 世紀の数学研究は「不確実性」に向かう、とフィールズ賞を受賞した世界的な数学者が 1900 年台後半に語っています。離れたところにあるごみ箱に紙くずを投げ入れる行為はありふれた日常です。上手く入ったり入らなかったり、1 回 1 回の現象は不確実で予測できなくても、その多数回試行の結果から統計的確率を求めると、そこには条件に応じた数学的な規則性が見出せることを瀬谷さんは発見しました。研究では、実験データから法則を探る帰納的な推論に加えて、ごみ箱までの距離や円形のごみ箱の大きさから面積を条件に組み入れる演繹的な推論で予測モデルの精度改善を行うなど優れた内容になっています。

中央審査委員会

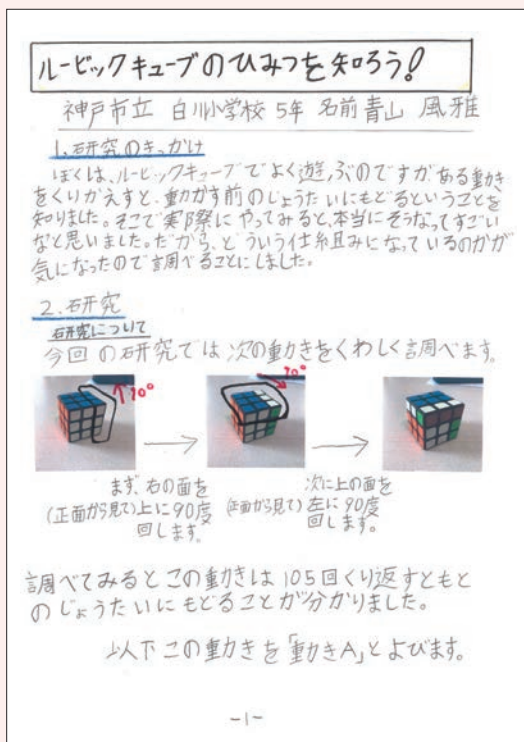
内田洋行賞

ルービックキューブのひみつを知ろう！

兵庫県 神戸市立白川小学校 5年 青山 風雅



全 5 ページ

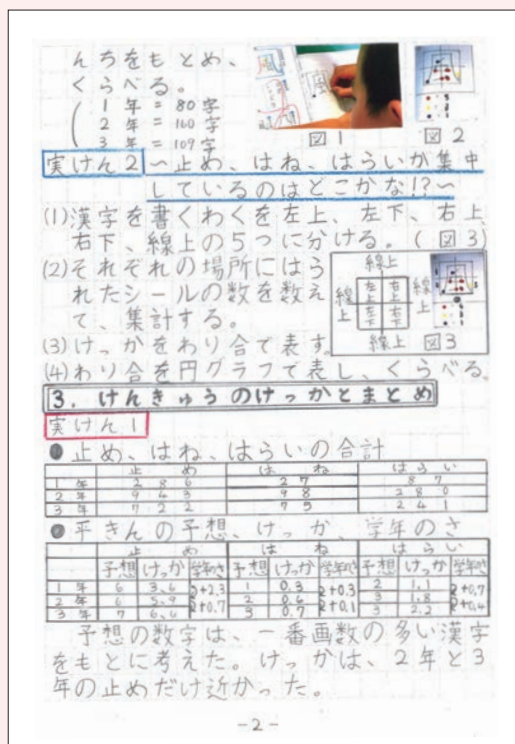


▲ 1 ページ目

講評

大好きなルービックキューブで遊んでいるうちに発見した性質をきっかけとして、どんどん深まる研究に、とても刺激されました！ 特定の動きに名前を付けたり、変化の様子をいろんな整数で割った余りで分類したり、「ある色の形」の和集合を考えることで元に戻るまでの旅路をショートカットしたり・・・非常に数学的に深く筋のいいユニークな考察がぼんぼん飛び出します。この背後には、「群」と呼ばれる大事な数学の概念が隠れています。「群」を、体験的に、遊びの中から発見し深めている過程に脱帽です！

中央審査委員会

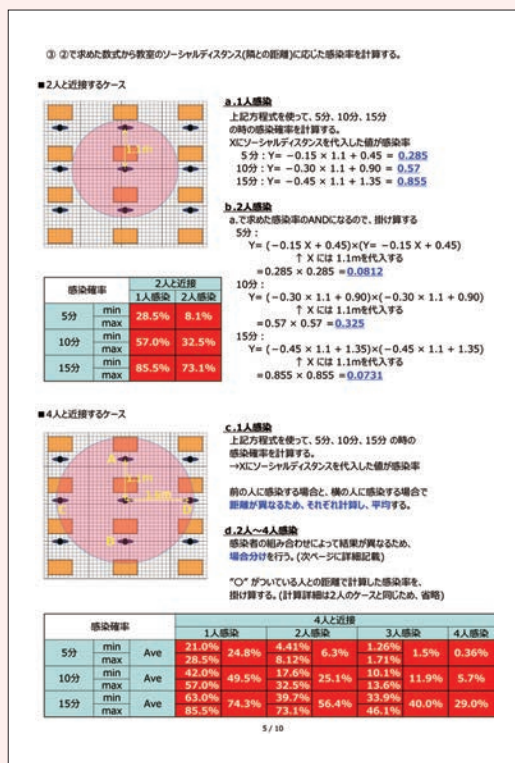


▲2ページ目

講 評

普段から勉強している漢字について、学年が上がるごとに練習時間が長くなっていることに気がつきました。この研究では、その理由を算数を使って調べています。着目したのは漢字の字形の「止め」「はね」「はらい」で、それらは学年が上がるごとに増え、漢字が難しくなっていると考えています。また、「止め」「はね」「はらい」が漢字のどの部分に多いかという別の視点からの分析もしています。漢字と算数という一見違うものをつなげて考えることができました。

中央審査委員会



▲5ページ目

講 評

マスクなどの対策をしなかった場合、コロナウイルスはどのように感染するかをテーマにした作品で、ウイルスの感染力をいくつか設定し、その感染拡大のスピード、40人の教室で机の距離や会話時間による感染確率の違い、さらに分散登校による効果を調べています。指数関数的にウイルス感染者が増える実態を伝え、感染確率や様々な条件の数学的なモデル化も明確で、図やグラフを用いた計算結果のまとめ方も見やすく、説得力のある作品です。

中央審査委員会

中央審査委員 特別賞

アリスの気持ち

京都府 京都聖母学院小学校 2年 佐伯 すみれ

全5ページ

研究テーマ(タイトル)
アリスの気持ち

本人 立花聖母学院小学校 2年 名前 佐伯すみれ

①研究のきっかけ
ふしぎの国のアリスの主人公、アリスは、次つぎに起きる起きごとに気持ち、ころころかわっていく。話の中に出てくる気持ちは、何しゅるいで、どれだけあり、どんなふうな気持ち、かわっていくのかを、調べてみたいと思った。

②方法
(1)本を読んで、気持ちが、書かれている部分をぬき出し、しゅるいべつに分ける。
(2)気もちのしゅるいを表とグラフで表す。二つ以上の気もちが、まざり合う場合は、べん図にする。
(3)気もちのうつりかありを明暗に分けて、おれ線グラフにする。

- 1 -

▲1ページ目

講評

小学2年生の佐伯すみれさんは、「ふしぎの国のアリス」の主人公の気持ちが変わっていく様子に興味をもちました。本を読み、気持ちが書かれている場面や言葉を取り出し、種類別に分けています。それを表やグラフにし、アリスの気持ちの変化を分かりやすく見えるようにしています。そこから、明るい気持ちと暗い気持ちのどちらが多いかなど発見しました。物語の言葉やストーリーを数学的に表し調べているのが印象的な作品です。

中央審査委員会

中央審査委員 特別賞

√の不思議

山形県 山形大学附属小学校 5年 星川 琳音

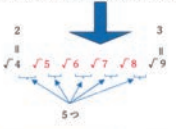
全3ページ

「√の不思議」
山形大学附属小学校5年 星川琳音

1. きっかけ
電卓で遊んでいたら「√」と書いてあるボタンがあり、押してみたらいろいろな不思議に思っ「これを自由研究にしよう」と考えました。

2. 最初の疑問と分かった事
電卓をよく見てみると「√」の上に「ルート」と書いてあり、ルートと呼ばれる記号であることが分かった。次に、どういう役割があるのかと思い、試しに「√1、√2、√3、√4…」と「√」の中に数字を入れてみました。すると、小数がたくさん出てきた中で「√4」は「2」、「√9」は「3」という整数も出てきました。「答え」×「答え」がもととも「√」の中に入っていた数になる事が分かったので、「√」の役割も少しわかりました。

3. 次の疑問
「√」に「1」を入れると答えは「1」、「√2=1.414…」「√3=1.732…」「√4=2」「√5=2.236…」「√6=2.449…」「√7=2.645…」「√8=2.828…」「√9=3」になりました。
ここで僕は、「√5〜√8」の答えを分数で表せるのでは? と思い、樹木算の様に数と数の間を数えました。



整数である√4と√9の間に5つあるので、5で割ることにしました。すると下の様になりました。

√5=2.23… (約 11/5)
√6=2.44… (約 12/5)
√7=2.64… (約 13/5)
√8=2.82… (約 14/5)

「約」ではあっても、11/5〜14/5で表すことが出来ました。
これをおまえて、続きも予測してみました。

▲1ページ目

講評

電卓に√キーを見つけ、その計算挙動がきっかけとなった研究です。中学の数学で√を知った後では本研究はできないでしょう。知らない時だったからこそできた研究です。√がどんな計算かを分析できたことにとどまらず、計算結果の挙動から√が整数値となる2つの場合の間の項数に着目した点にオリジナリティが認められます。自分で予想を立て小学生の数学の範囲(四則)で分析を行っている姿勢が評価できます。

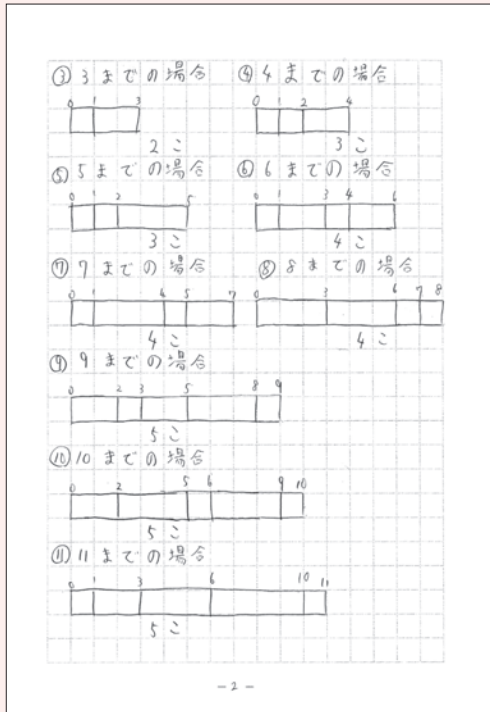
中央審査委員会

中央審査委員 特別賞

目もりの少ない定規に法則があるか調べてみよう

兵庫県 仁川学院小学校 5年 大西 穂貴

全4ページ



▲2ページ目

講評

目盛りをできるだけ少なくして、どんな長さでも測ることができる定規を作る研究です。まずは、数の組み合わせで別の数を作るという面白さがあります。数をいろいろな見方で柔軟に考えることが大切です。次に、定規なので隣り合わせの数でないで足せないという制約を乗り越える面白さがあります。そして、順番に数を大きくして、それまでの数に加えて新しい数も作れるようにするという面白さもあります。法則までは見つけることができませんでした。興味深い探究です。

中央審査委員会

中央審査委員 特別賞

Simson の定理の拡張

千葉県 市川中学校 2年 齋藤 輝

全8ページ

Simson の定理の拡張

～4本のSimson線と大量の直線が交わり出す様々な性質～

私立市川中学校 2年 齋藤 輝

1. はじめに

僕は中1の時、その表し方と自分で問題を解決できた時の爽快感に魅了され、数学に深く興味を持った。今では毎日初等幾何や数学オリンピック、現代数学の勉強をしている。その中でも現在最も力を入れているのが初等幾何の研究だ。GeoGebraという作図ソフトを用いて図形を観察し、拡張定理などの発見を試みている。研究というだけあってなかなか簡単に定理が見つかるわけではない。しかし、美しい性質を見つけた時の爽快感が研究のモチベーションになっている。

今回のテーマはシムソンの定理の拡張である。シムソンの定理の主題は非常に簡単で、初心者でも簡単に理解できるものとなっている。(ただし実用性はない) また、シムソンの定理は「直線」を多く含んでおり、垂心や内心などの性質が現れやすく、拡張も比較的簡単なので、短期間で研究に没頭していると考えた。今回は幾何学平面などを使わず、初等時に GeoGebra を用いて研究を進めた。読んだ方は少しでも初等幾何学の楽しさに触れていただければ幸いである。

2. 前提知識(シムソン線、シュタイナー線)

Thm1: シムソン(Simson)の定理

三角形ABCと点Dがある。Dから辺BC, CA, ABに下した垂線の足をそれぞれP, Q, Rとおく。A, B, C, Dが同一円周上にあるならばP, Q, Rは同一直線上にある。P, Q, Rを通る直線をDから△ABCに引いたシムソン線という。

(証明)

→Dが三角形の頂点と一致するとき
自明に成り立つ。

→A, B, C, Dがいずれかが円の直線上にあるとき
これも自明に成り立つ

よってこれ以外の場合を考えればよい。

対称性より、DがBを通る直線に対してCと同じ側にあるとしてよい。

$\angle ARD = \angle AQD = 90^\circ$ よりARQDは共円なので
 $\angle RAD + \angle RQD = 180^\circ$
 CQDも共円から、 $\angle PQD = \angle PCD = 180^\circ - \angle BCD$
 以上より、 $\angle RAD + \angle BCD + \angle RQD + \angle PQD = 360^\circ$
 $\angle BCD$ は共円なので $\angle BCD + \angle BRD = 180^\circ$
 よって、 $\angle RQD + \angle PQD = 180^\circ$ となり主張が成り立つ。 ■

(読者成り立つ)

Thm2: シュタイナー(Steiner)の定理

三角形ABCと点Dがある。Dを通る直線BC, CA, ABについて対称移動した点をそれぞれX, Y, Zとする。ABCDが同一円周上にあるならば、X, Y, Zは同一直線上にある。この直線をDから△ABCに引いたシュタイナー線という。

(証明)

▲1ページ目

講評

シムソン線とシュタイナー線とその発展に関する幾何学的性質を色々調べました。シムソン線、シュタイナー線は中学、高校の幾何では習いませんが大変美しく、発展性のある話題です。齋藤さんは、GeoGebraを用いてそれらの発展的な性質を予想し、うまく証明しています。更なる発展も色々あると思われるので、今後の研究にも期待したいと思います。

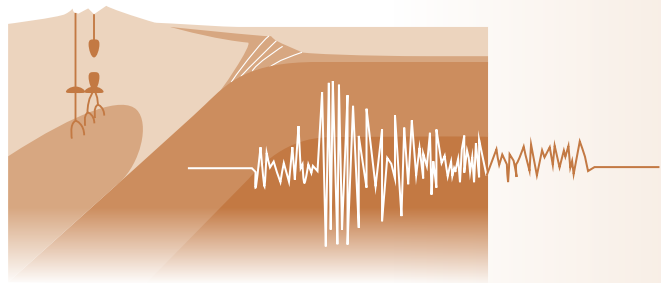
中央審査委員会

第4回 震度分布図から見えること



開成中学校・高等学校 教諭

有山 智雄 / ありやま ともお



1960年生まれ。開成高等学校時代に地学の授業でプレートテクトニクスや地震予知に興味を持つ。東京大学理学部地質学科卒業、同修士課程修了。修士での研究テーマは活断層の活動性の評価。1985年より東京学芸大学附属高等学校で、1989年より開成中学校・高等学校で地学を教える。高校地学の教科書の執筆にも携わる。趣味はトレッキングとロードバイク。常々伝えたいと思っていることは「地球に住むなら地球のことを知っていたほうがいい」

震度分布図

地震が発生すると、図1のような震度分布図がすぐに発表されます。誰もが目にするこの図から、地球についていろいろなことが見えてきます。いっしょに探っていきましょう。

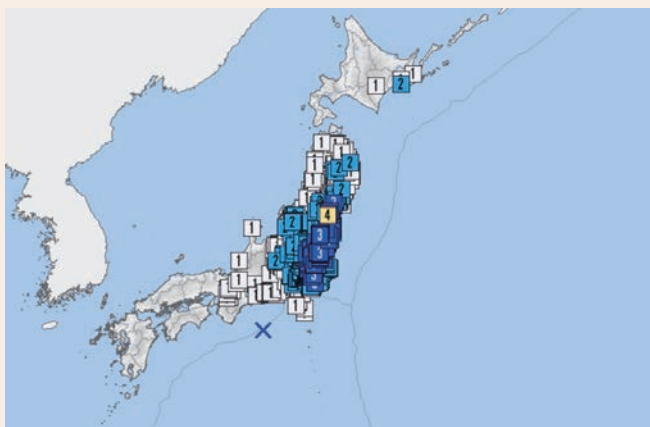


図1 震度分布図(地震A 2019.7.28) 気象庁 Web サイトより

図1は、2019年7月28日に発生した地震(地震Aとしましょう)の際の震度分布図です。震度というのは揺れの程度を表す尺度で、日本では0～7の10段階(震度5と6に強・弱あり)に分けられています。一番揺れが激しかったのは宮城県の震度4で、棚の食器がカタカタ音を立て、ほとんどの人が驚きを感じる程度の揺れでした。

Q この地震の震央はどこだろうか？

震央とは、図2に示すように、震源の真上の地表の点のことで、地震が発生した震源に

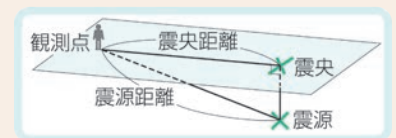


図2 震源と震央

一番近い地点ということになります。「一番揺れが激しかった宮城県が震央だろう」そう考えた方が多いのではないのでしょうか。そう考えるのは極めて自然です。地震波は震源から遠くに伝わるにつれ減衰して弱くなっていきます。

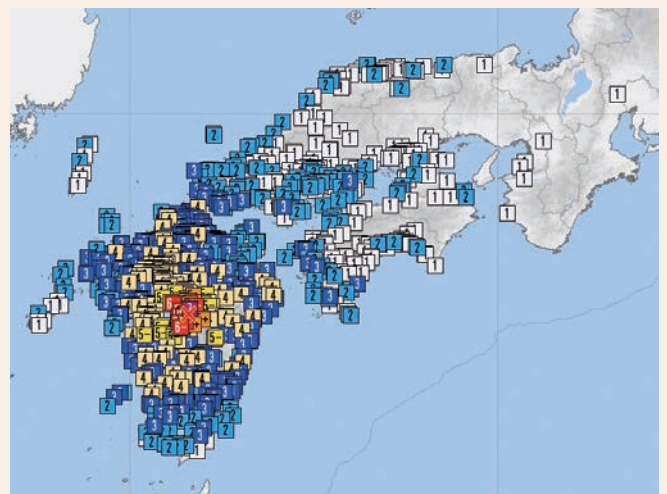


図3 震度分布図(熊本地震 2016.4.14) 気象庁 Web サイトより

図3は2016年4月14日に発生した地震（熊本地震）の震度分布図です。最大震度は7で熊本県益城町で記録されました。この地震の震央は熊本県につけられた×印の位置で、震度は震央で最大で震央から離れるにつれ、ほぼ同心円状に小さくなっています。これは先ほどの考え方でうまく説明ができます。

異常震域

それでは、図1の地震Aはどうだったのでしょうか。この地震の震央は、実は紀伊半島の南東の青い×印の位置で、震度が最大だった宮城県ではありませんでした。このように震央から離れた所の震度が大きくなっていることは他にも事例があり、異常震域と呼ばれています。

Q 図1の地震Aは異常震域となり、図3の熊本地震ではそうはならなかったのはなぜだろうか？

2つの地震を比較してみましょう。

	マグニチュード	最大震度	震源の深さ
地震A(図1)	6.5	4	420km
熊本地震(図2)	6.5	7	11km

マグニチュードとは、地震の規模を表す尺度で、上述の震度とは違い、場所により値が異なるということはありません。2つの地震はマグニチュードが同じなので、地震のエネルギーは同じです。しかし、最大震度は4と7で大きく違います。震度4ではほとんど被害は出ませんが、震度7では建物の倒壊も発生し、大きな被害が出ます。

その違いの原因は震源の深さです。図1の地震Aは震源の深さが420kmあり、地表でもっと震源に近い震央でも420km離れています。それに対し、図3の熊本地震では11kmしか離れていません。震源から11kmの地点では激しく揺れ、420km離れた地点ではあまり揺れないのは当たり前と言えます。図1の地震Aで最大震度4を記録している宮城県は震源からどれくらい離れているのでしょうか。深さが420kmで水平距離が800kmほどですから、直線距離では900kmほど離れています。

それでは、図3の熊本地震で震源から900km離れた所はどの程度揺れたのでしょうか。震源の深さが11kmしかないの、水平距離で900km離れた地点を考えればいいでしょう。だいたい東京あたりになりますが、図3に震度は記されていま

せん。つまり震度0ないし、まったく揺れていないということです。

Q 同じ規模の地震なのに、同じ900km離れた地点で震度4と震度0の違いがあるのはなぜだろうか？

実は地震Aの震度分布図(図1)の中にもこのような違いが見られます。震源からの距離が宮城県とほぼ同じ熊本県あたりは震度が記されていません。つまりほとんど揺れていません。

これらの観測事実から言えることは、図1の地震Aで震源から宮城県のあたりへは地震波が特別に伝わりやすかった、言い方を換えれば地震波の減衰のしかたが特別に小さかったということです。

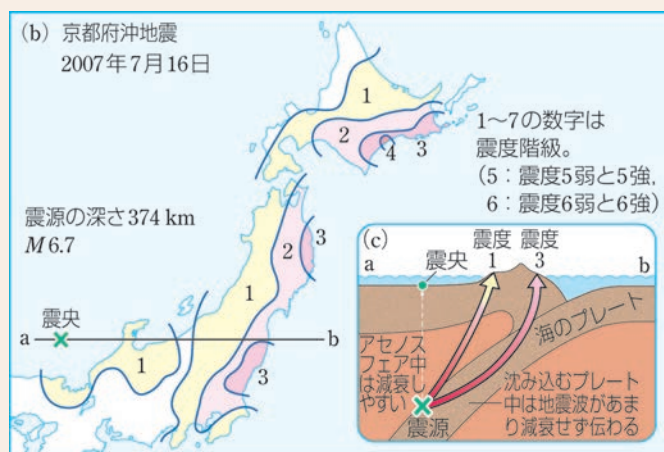


図4 異常震域 『地学基礎 改訂版』(啓林館)より引用

このことは、図4のように説明することができます。日本海の深さ374kmに震源のある地震の震度分布が太平洋側のほうが大きくなっている異常震域の例です。海溝から沈み込んだプレート（スラブと言います）内で地震が発生した場合、日本海側に向かう地震波は減衰しやすいアセノスフェアの中を通過しなければならないのに対し、太平洋側に向かう地震波は減衰しにくいスラブの中を伝わっていくわけです。この地震の場合は、震源からの距離は日本海側と太平洋側でそれほど大きくは違いません。揺れ方の違いは通過してきた岩石による減衰のしやすさの違いを反映しているわけです。

震度分布図から見える地下のプレート

Q それでは、図1の地震Aは図5のどのプレートの沈み込みによって発生したのだろうか？

震央の位置はフィリピン海プレートとユーラシアプレートの境界である南海トラフとほぼ一致していますが、震源の深

さは 420km です。実は日本海溝から沈み込んだ太平洋プレートが、震央のあたりで地下 420km まで沈み込んでいます。従って東北地方の太平洋岸には太平洋プレートのスラブをあまり減衰することなく伝わった地震波が到達し、宮城県付近で震度が大きくなったわけです。

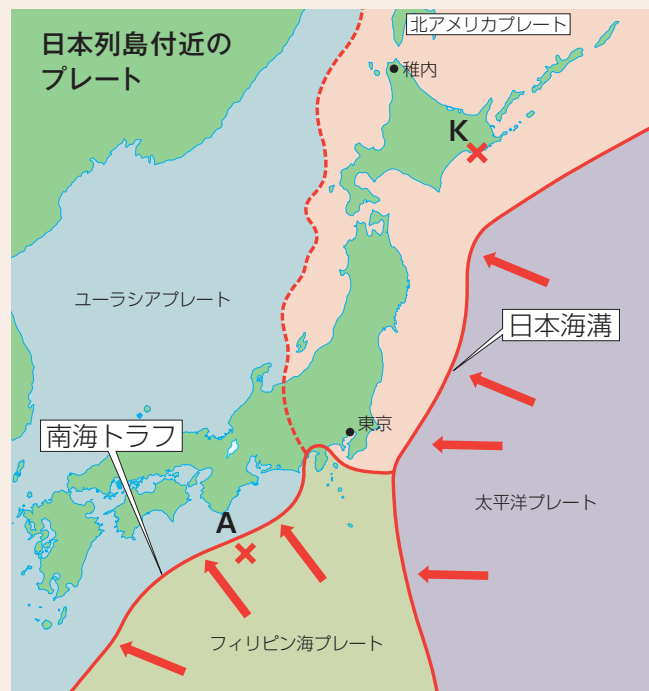


図5 日本列島付近のプレートとプレート境界 A: 地震Aの震央、K: 釧路沖地震（1993）の震央

Q それでは、地震Aは南海トラフ地震の引き金になる可能性はあるのだろうか？

南海トラフ地震はフィリピン海プレートの沈み込みで発生する地震です。図1の地震Aは太平洋プレートの沈み込みで発生したもので、平面図上で近くても、鉛直方向には400kmも離れています。関連性は低いと考えてよいでしょう。

では、次の地震の震度分布について考えてみましょう。

1993年に図5のK点の地下約100kmを震源とする、M7.5の地震（釧路沖地震）が発生しました。

Q この地震で震度が大きかったのは、東京と稚内のどちらだろうか？

この地震の震度分布図は図6のようになっていました。東京は震度3、稚内は震度1以下です。距離は東京のほうが遠いにもかかわらず、激しく揺れたわけです。

どうしてこのような震度分布になったのか、ここまでの話から推察できるのではないかと思います。この地震は日本海溝

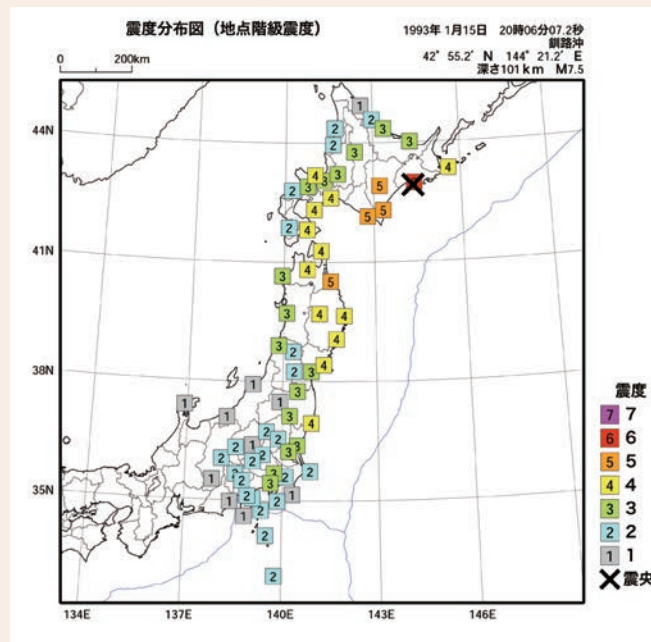


図6 震度分布図（釧路沖地震 1993.1.15） 気象庁 Web サイトより

から沈み込んだ太平洋プレートのスラブ内で発生しています。東京方面には日本海溝とほぼ平行に、太平洋プレートのスラブ内だけを伝わってくるため、あまり減衰しなかったわけです。稚内へは深さ約100kmの震源からアセノスフェア（図4参照）を通過して伝わっていくため、大きく減衰してしまったわけです。

2011年に発生した東北地方太平洋沖地震（M9.0）の際に、首都圏で震度5強などの激しい揺れを感じたことを覚えている方もいるかと思います。地震そのものの規模が大きかったこともありますが、上で述べたような理由で、日本海溝に沿って地震波が伝わりやすかったということも大きく影響していたわけです。

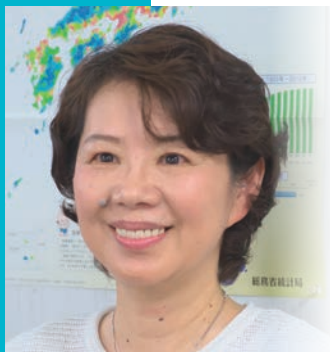
今回は、異常震域の震度分布図にスポットをあて、日本列島の地下に沈み込むプレートのように、そして地震波の伝わり方を考えてみました。

関東地方の地下にはフィリピン海プレートによる深発地震面と太平洋プレートによる深発地震面が二重になっており、地球全体を見回しても地震の発生リスクがひととき高い地域であると言っていいでしょう。それに加えて、今回見てきたように、日本海溝や南海トラフ沿いで発生した地震の揺れがあまり減衰することなく伝わってきてしまうわけです。

日本の首都機能が集中している東京は、このような場所であるということを十分に理解し、対策を立てていく必要があるのではないのでしょうか。

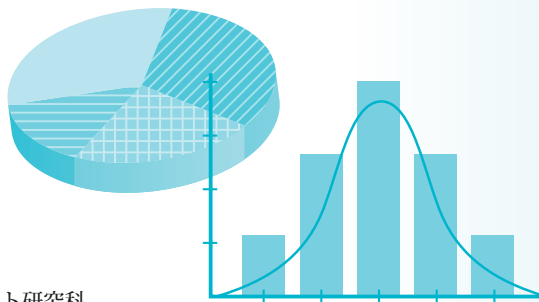


第7回 バレルの法則から読み解く 問題解決と統計グラフ



慶應義塾大学大学院 健康マネジメント研究科
教授

渡辺 美智子 / わたなべ みちこ



九州大学大学院総合理工学研究科修士課程修了。理学博士。九州大学理学部附属基礎情報学研究施設文部教官助手、関西大学経済学部専任講師、助教授、東洋大学経済学部教授を経て、2012年より現職。専門は統計学、特に多変量解析（潜在構造分析法）と統計教育。日本学術会議連携会員、2012年度日本統計学会賞受賞、2017年度科学技術分野の文部科学大臣表彰「科学技術賞（理解増進部門）」受賞。おもな著書として、『21世紀の統計科学Ⅲ 数理・計算の統計科学』（東大出版会 分担執筆）、『身近な統計（改訂新版）』（放送大学教育振興会 共著）など。放送大学「身近な統計」主任講師、統計グラフ全国コンクール審査委員長、「算数・数学の自由研究」作品コンクールの中央審査委員を務める。

データに基づく問題解決

統計データの活用を語るうえでよく言われるのが、問題解決という用語です。問題解決という用語自身は何か日常語のようですが、実社会特にビジネスの世界で言うところの問題解決とは現状の状態の改善であり、そのため何をどうしたら良いのか、その考え方や手順などが知られています。具体的には、問題となる現象に起因する原因を問題に至るプロセスの中から特定し、原因に介入して問題の改善を図る方法です。

今回は、身近なスポーツの野球の世界でその事例を見ることで、問題解決型の統計グラフとはどのようなものなのかを解説します。

フライボール革命とバレルの法則

アメリカのメジャーリーグでは、2016年に年間本塁打（ホームラン）数が約5,600本と7年ぶりに記録更新されました。その翌年、2017年には、メジャーリーグ史上最多となる6,105本を記録し、2019年はさらにその記録を一気に671本も塗り替える6,776本となっています。急に選手の体力や能力が向上したのでしょうか？ ということ

は考えられません。実は、ボールにどのようにバットを当てるとホームランになるのか、**バレルの法則**と呼ばれる法則がデータから明らかになってしまったのです。

バレルの法則

打球速度 158 km/h 以上
打球角度 30 度前後

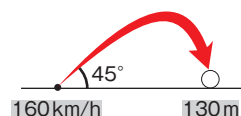


図1 バレルの法則

この法則は、運動力学など理論を積み上げ高度な数学の理論を展開して、いわゆる**演繹的な推論**を行うことで導かれた法則ではありません。一打一打の打球に関してホームランになるのか凡打になるのかの「打席結果」とそこに関連してくる要因「打球速度」や「打球角度」の記録データを分析し、ホームランになる共通した条件を見いだすことで導かれた法則です。事実（データ）を大量に集めて共通するパターンを学習していく、人工知能が行っている**帰納的な推論**で法則が導かれています。

メジャーリーグでは打撃スタイルの多くがバレルの法則に従って、打ち上げる様式に変わり、ホームランの大量記録が生み出されました。まさに、**フライボール革命**です。

層別ヒストグラムによる可視化

バレルの法則は、「打席結果（本塁打、単打、アウトなど）」を向上させたいという打者の問題に対して、打席結果を左右する要因を「打球速度」、「打球角度」で捉えて問題解決を図る法則です。

具体的なデータは、図2のように打球が分析単位（行）となり、表の形で構造化データとして整理されます。



図2 打席結果への要因図と打球の構造化データ

ここで、データの種類に関して復習しておきましょう。データには、複数の取り得るカテゴリー（種類）の中のどれか一つが観測される**質的データ**と数値として観測される**量的データ**の2種類に分けられます。どういう種類のデータかによって、どういう統計グラフで全体の変動を可視化するのが変わってきます。「打球速度（km/h）」と「打球角度（°）」は量的データ、「打席結果」は質的データとなります。

量的データの変動（分布）は、**ヒストグラム**というグラフを作ることで、どういう値の範囲で起こっているのか、どういう値のところがよく起こるのか、起こらないのかを見ることができます。図3（上）のヒストグラムは、2019年のメジャーリーグで全打者から打たれた12万本以上の打球の打球速度の分布を表しています。横軸が速度、縦軸はそのような速度の打球が何本打たれたのかの頻度を表しています。

さて、打球速度のヒストグラムだけでは、打席結果との関係はわかりません。問題解決のシナリオを可視化するためには、このヒストグラムに「打席結果」の情報を併せる必要があります。図3（下）は、打席結果別に打球速度のヒストグラムを重ねて表示した、いわゆる**層別ヒストグラム**というグラフです。層別ヒストグラムにすることで、ホームランにするためにはどのような速度の打球にしなければならないのかの傾向を山の高い所（モード、最頻値）に相当するデータの値周辺（中心傾向）を見ることで読み取ることができます。

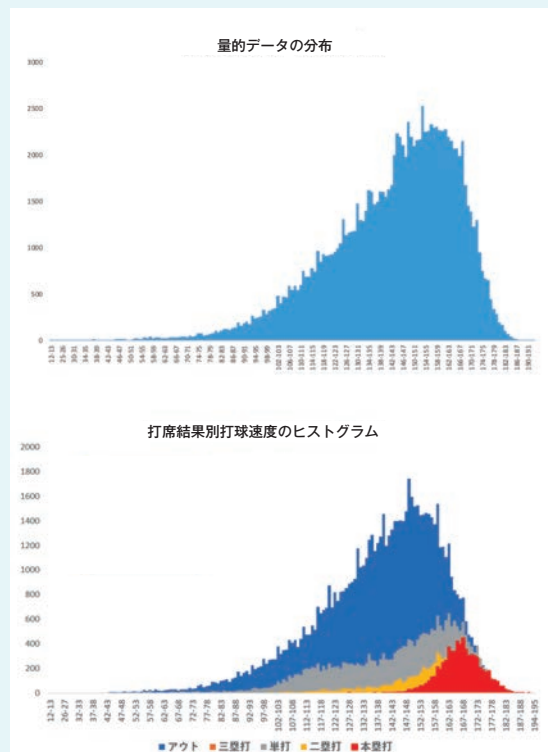


図3 打球速度のヒストグラムと打席結果による層別ヒストグラム

表計算ソフトのエクセルを使うと、グラフメニューに「ヒストグラム」があるので、データ量が多くても簡単にヒストグラムを作成することができます。また、層別ヒストグラムは、同じエクセルの機能である「ピボットグラフ」を使うと、驚くほど簡単に作成できるので、ぜひ試してみてください。

並列箱ひげ図による可視化

量的データに対しては、**四分位数**（データを大きさの順に並べて個数を4つに分ける3つの値）を表す**箱ひげ図**も、分布を要約する統計グラフとしてよく使用されます。特に箱ひげ図を並べて複数のグループの分布を比較する**並列箱ひげ図**は、層別ヒストグラムと同様に問題解決によく使用されるデータ可視化のツールです。箱ひげ図では、箱の両端に相当するデータの値（**第1四分位数 Q_1** と**第3四分位数 Q_3** ）との間に、量的データの分布の中心50%のデータが集中する区間がわかるので、並べると中心傾向が条件によってずれたか、すなわち、分布の山が動いたかどうか、ずれの方向も含めてわかる有用なグラフになります。

打席結果別に打球速度の分布を比較した並列箱ひげ図は、図4となります。本塁打は、箱の部分（中心50%のデータが集中している）の値の区間（**四分位範囲**）が狭く、かつ、

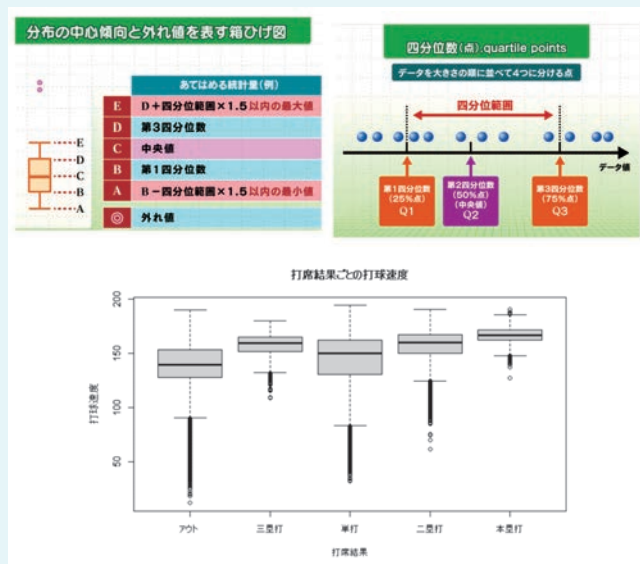


図4 箱ひげ図と並列箱ひげ図 (打席結果別打球速度)

アウトなど他の打席結果と比べると上のほう（速度が速いほう）に位置していることがわかります。

この並列箱ひげ図も、表計算ソフトエクセルのグラフメニュー「箱ひげ図」で、量的データと質的データの該当列を選択することで簡単に作成できます。

散布図による可視化

中学1年次までで学習する「ヒストグラム」, 「箱ひげ図」と合わせて、高校1年生で学習する「散布図」は、統計三大グラフと言われる量的データの分布の可視化のための基本的な統計グラフです。ヒストグラムと箱ひげ図が単一の量的データを対象としているのに対して、散布図は2つの量的データの同時分布を横軸、縦軸で表現します。一般に、2つの量的データが一方が問題を評価する結果系、他方がその要因系のデータである場合には、**横軸に要因系、縦軸に結果系**を対応させ、要因系のデータの変化が結果系のデータに影響を与えるかどうかを可視化して分析します。図5（上）は、例えば、2010年のワールドカップのサッカーの試合データ（一試合あたりに変換）から作成したものです。一試合あたりで見た「中距離パス成功数」（要因系）が「得点率」（結果系）に影響を与えている法則（パターン）を読み取ることができます。

一方、バレルの法則を検証するためには、「打球速度」と「打球角度」の2つの量的データを要因系として、データを散布図に附置し、そこにホームランの場合とそれ以外を層別して示した層別散布図が有効です（図5（下））。

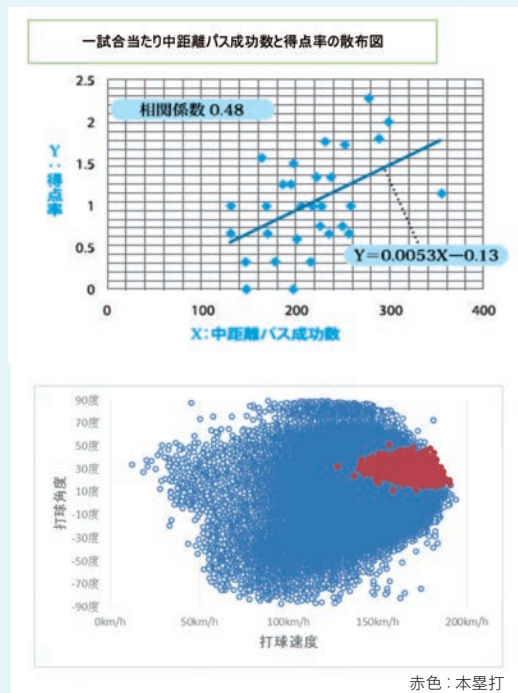


図5 散布図と層別散布図 (打球角度×打球速度と打席結果)

層別散布図もエクセルのグラフ機能「散布図」を使って、12万本以上の打球データをプロットし、ホームランの場合の打球を色を変えて表示すれば作成できます。

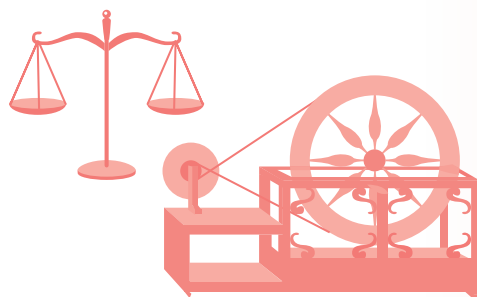
弾道追尾システムによるデータ取得

メジャーリーグはどうやって各打者の打球の速度や角度などの詳細なデータを得ているのでしょうか。2015年に全球団がトラックマンと呼ばれる、迎撃ミサイルの開発技術を転用したレーダー式の弾道測定機器がバックネット裏に配されました。これによって、これまでデータとして取れなかった打球の角度や速度、回転数などの非常に高精度で詳細なデータが取得可能になり、各球団がそのデータをチームの強化や戦略に活用する時代がきたのです。設置には一球場あたり1億円ほどの高額な費用がかかりますが、翌年には本塁打記録更新、その翌年にはメジャーリーグ史上記録の塗り替えとその効果は計り知れないものがあります。どのような速度と角度で打てば結果がどうなるのか、わたしたちはビッグデータとして、壮大な実世界での社会実験の結果を入手できるようになったのです。

今回は、統計グラフに問題解決のシナリオを語らせることを学習しました。ぜひ、いろいろなデータを使って試してみてください。



第7回 ケプラーの法則



国立科学博物館理工学研究部
研究主幹

有賀 暢迪 / ありが のぶみち

1982年生まれ。京都大学総合人間学部卒業（2005年）、京都大学大学院文学研究科博士後期課程研究指導認定退学（2010年）。大学の非常勤講師などを経て、2013年より現職。高校では「理系」を選択し、大学では物理学を主専攻としていたが、大学院から「文系」に転じて科学史を修めた。現在は、物理学・数理科学の歴史と、近現代日本の科学技術史という二つの領域で、幅広い調査・研究活動を行っている。著書に、『力学の誕生』（単著、名古屋大学出版会）、『20世紀物理学史』（共訳、名古屋大学出版会）、『ビジュアル版 科学の歴史』（共同監修、ポプラ社）などがある。京都大学博士（文学）。

教科書に登場する物理法則の原典を訪ねる連載です。今回取り上げるのは、惑星の運行に関する法則です。

惑星とその運行

自然科学の中でも、宇宙は特に人気の高いテーマではないでしょうか。今回は、宇宙に関する物理法則の中でも特に古いものとして、ケプラーの法則と呼ばれるものを取り上げます。これは惑星の運行に関するものです。

いつものように、理科の教科書ではどのように書かれているかをまず見ていきましょう。宇宙に関係する内容として、小学校では、4年生で月や星を観察し、空の中をどのように動いていくか学びます。次いで6年生で、月の満ち欠けがどのように起こるかなどを学習します。惑星は発展的テーマという位置づけです。

中学校の3年になると「宇宙の中の地球」という単元があり、太陽系について詳しく学びます。ここでは、太陽を回る天体のうち、水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星の8つを惑星と呼ぶことが説明されます。その上で、次のように書かれています（中学校では「だ円」と書きますが、ここでは漢字で「楕円」としました）。

◎中学校理科

惑星は、円に近い楕円軌道で、地球と同じ向きに公転している。また、各惑星が公転する面（公転面）は、ほぼ同じである。

名前こそ出てきませんが、この中には**ケプラーの法則**、正確には3つある法則のうちの1つ目がかかれています。実際、高校物理の教科書では次のとおりです。

◎高校物理

ケプラーの第1法則（楕円軌道の法則） 惑星は、太陽を1つの焦点とする楕円軌道上を運動する。

円には中心となる点がありますが、楕円でそれに対応するものが焦点で、2つあります。その2つのうち片方の位置に太陽があるわけです（図1）。

このように惑星は楕円を描いて運動するのですが、特徴的なことに、その動く速さは一定ではありません。大まかには、太陽の近くで速くなり、遠くでは遅くなります。そして速さと距離の間には、厳密な数学的関係が成り立ちます。これがケプラーの第2法則です。

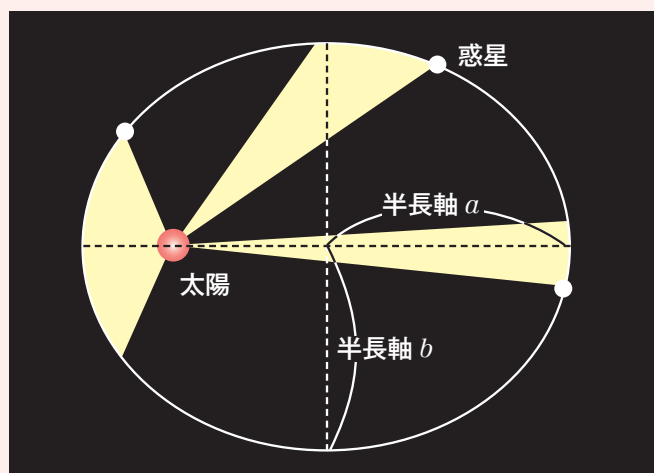


図1 惑星の運動 実際の惑星の軌道は、この図よりもはるかに円に近い。

◎ 高校物理

ケプラーの第2法則（面積速度一定の法則） 太陽と惑星とを結ぶ線分（動径）が、単位時間に描く面積（面積速度）は、それぞれの惑星について一定である。

図1において黄色で示したのは、惑星がさまざまな位置からスタートして同じ時間が経つ間に描いた弧がつくる扇形です。この扇形の面積が常に等しい、というのが第2法則の内容になっています。なおケプラーの法則にはもう1つ、第3法則がありますが、これは後で説明します。

実は、これらのケプラーの法則は、力学の基本原則と万有引力の法則から数学的に導くことができます。それを最初に示したのがニュートンの『プリンキピア』（1687年出版）です（本連載の第5回で少しだけ触れました）。しかし、法則自体はそれよりも前に、観測データから発見されていました。ここからは、発見者ケプラーの仕事を紹介します。

楕円軌道の発見

ヨハネス・ケプラー（1571-1630）はドイツの天文学者で、惑星の楕円軌道を発見したことで有名です。この発見のもとになったのは、デンマーク出身の天文学者ティコ・ブラーエ（1546-1601）が行った精密かつ継続的な観測でした。ケプラーはもともと、ティコに計算助手として雇われたのですが、ティコが亡くなった後に観測データを引き継ぎ、詳しい分析を行いました。

*Astronomia
Nova*

Kepler
1609

その結果を述べたのが、1609年出版の『新天文学』という本です。当時、天体の運動は円が基本であると考えられていました。惑星は、実際には単なる円でない複雑な動き方をしますが、それを円運動の組み合わせで説明するのが天文学者の仕事でした。しかしケプラーは、ティコのデータから、円運動ではどうしても説明がつかないと考えます。そこで、円でない軌道の形をいろいろ検討した結果、楕円であるという発見に至ったのです。ケプラーは次のように語っています（日本語訳から引用）。

私の労苦がようやく終わったのは、非常に多くの苦心を要する証明と膨大な観測結果の処理から、天における惑星の行路が円でなくて卵形、というより完全な楕円軌道であることを発見して、物理学的仮説への4歩目の歩みを踏み出してからだ。

『新天文学』は、ある意味、このケプラーの苦心を表現した本です。というのも、ケプラーは自身の試行錯誤が伝わるように、うまくいかなかった仮説や計算なども含め、わざと紆余曲折した書き方をしているからです。

実際に楕円軌道（第1法則）が出てくるのは、この本の第59章です。ケプラーは本の最初のほうで、各章の内容をまとめて説明しているのですが、そこに「惑星軌道は楕円であることを論証する」という一文があります。しかし第59章の本文では、ここまで簡潔な言い方は出てこないようです。

同様に、第2法則が出てくる第40章でも、本文からこの法則を読み取るのは簡単ではありません。この章の内容を要約した部分では次のように書かれていて、こちらのほうがわかりやすいと思います（下線は筆者による）。

①均差の物理的部分ないしは離心円弧における惑星の所要時間を、如何にして弧の上にある点と太陽との距離から見出すか、そのための方法。②ここには、弧の上にある無限に多くの点と太陽との距離が、如何にして、太陽と弧の両端とを結ぶ線分と弧との間にできる面積の中にほぼ完全に含まれるか、ということの幾何学的論証がある [……]

専門用語の説明は省きますが、下線部から、第2法則に当たる内容であることがわかってもらえるでしょうか。

ところで、気付いた読者の方がいるかもしれませんが、この本では第2法則（第40章）が第1法則（第59章）よりも先に出てきます。実は、ケプラーが着想（発見）したのも、この順番でした。「第1法則」「第2法則」といった言い方はケプラーによるものではなく、後世の整理なのです。そしてこのことは、次に見る「第3法則」にも当てはまります。

宇宙の調和

ケプラーの法則の最後の1つは、次のような内容です。

◎高校物理

ケプラーの第3法則（調和の法則） 惑星の公転周期 T の2乗と、楕円軌道の半長軸 a の3乗の比の値はすべての惑星について同じ値である。

$$\frac{T^2}{a^3} = k \quad (k \text{ は一定})$$

この法則は高校で初めて学習するのですが、中学校の教科書（この連載で用いた啓林館のもの）には各惑星のデータを示す表があり、その中に太陽からの平均距離と公転周期が書かれています。平均距離は、楕円の半長軸とは違いますが、軌道が楕円といってもほとんど円に近いために、半長軸を平均距離に置き換えても、近似的に上の関係式が成り立ちます（ためしに計算してみてください）。

では、この法則の原典を見てみましょう。先ほどの『新天文学』のページをさらにめくってみます……が、どこにも見つかりません。それもそのはずで、この第3法則は、10年後に出版された別の本に書かれているのです。



この本は、『宇宙の調和』と題されています。第3法則の別名にもなっている「調和」とは、英語のハーモニー、つまり、美しく響く和音といった意味合いを持ちます。

意外に思われるかもしれませんが、西洋では古代ギリシャ以来、音楽が数学の一分科として位置づけられていました。なぜなら、弦楽器で音を鳴らすとき、複数の弦の長さの比がある種の整数比になっていると、美し

い和音に聞こえるからです。例えば、1対2はちょうど1オクターブの関係になりますし、2対3の場合は5度の和音と呼ばれます。

ケプラーはそこで、惑星の運行、もっといえば宇宙の中に、隠された「調和」＝和音が存在すると考えました。この仮説を検証しようと計算を繰り返した結果、第3法則が発見されたのです。ケプラーは次のように書いています。

正確な日付を求めるなら、この本当の比は、今年1618年3月8日に思い付いた「……」ブラーエの観測結果に取り組んだ私の17年間にわたる労力と現在のこの思索との一致をみごとに確認したので、初めは、夢を見ていて、求めた結果をあらかじめ前提の中に入れていたように思ったほどである。しかし、事柄は非常に確実で正確である「……」2惑星の公転周期の比は、正確に平均距離つまり軌道そのものの比の2分の3乗になる。

下線部にあるように、原典ではもともと平均距離を使って述べていました。平均距離でなく半長軸でなければならないということは、現在の古典力学の知識からは厳密に証明できますが、それがわかるのはもっと後です。

全体として、惑星の運行に関するケプラーの法則は、原典が後世に編集されて現在の形になっているという好例です。ケプラー自身が発見（着想）したのは第2法則、第1法則、第3法則の順番ですし、発表されたのも同時ではありません。『新天文学』出版の時点では、第3法則はまだ発見されていませんでした。

何より、ケプラー自身が重要視した点は、現在の法則から省かれています。本稿では割愛したのですが、『新天文学』の本当の主眼は、惑星の運動の原因に関する「物理学的仮説」を展開することにあります。『宇宙の調和』では、文字どおり「調和」＝和音の探究が主眼でした。原典を訪ねることの面白さは、ひとつには、こうした意外な面を発見できることにあると思います。❖

原典についての情報

- Johannes Kepler, *Astronomia Nova*, 1609. / 【日本語訳】岸本良彦 訳『新天文学』（工作舎、2013年）。
- Johannes Kepler, *Harmonice Mundi*, 1619. / 【日本語訳】岸本良彦 訳『宇宙の調和』（工作舎、2009年）。

教育に
新しい風を

からたちハウス

—子どもたちの成長と自立を支援する

第三の居場所—



からたちの花が咲いたよ。
白い白い花が咲いたよ。
からたちのそばで泣いたよ。
みんなみんな優しくったよ。
からたちも秋は実るよ。
まろいまろい金の玉だよ。



元 小田原市教育委員会 教育長

前田 輝男 / まえだ てるお

感動の表彰の集い

毎年 12 月に開催される塩野直道記念「算数・数学の自由研究」作品コンクールの表彰の集いには 6 回参加しているが、毎回そのレベルの高さや内容の深さに感動している。

塩野先生の理念は、数理的な側面による人間性の探求であり、その主体的な姿勢により日常生活を豊かにしていくことにあると思うが、発表する子どもたちを見ていると、その理念が浸透しているように感じてうれしくなる。また、作品の内容はもとより、発表の仕方や質問への対応などにも感心する。

表彰の集い当日の朝、食堂へ行くと、前泊していたと思われる受賞者の子どもと保護者の方とテーブルが隣り合わせだった。食事中も家族の会話が弾んでおり、とても微笑ましい豊かな雰囲気だった。

恵まれた幸せな環境の中で、子どもはすくすくと伸び伸びと育ち、能力を最大限に発揮する。

幼稚園の教育要領に「環境構成」という文言があるが、この環境構成を工夫し豊かにすることが、子どもの成長にとっても大切なことだと幼児教育の関係者は言う。

人は環境の産物

人は物的・人的・空間的な環境の中で育ち、それらの影響を受けながら成長し、人格を形成していく。遺伝子や血液型などが人格・性格を決めるという説もあるが、私は育った環境が大きく左右すると思っている。

前述した表彰の集いで表彰される子どもたちの多くは、豊かな人間関係の中、経済的にも恵まれた環境の中で育っている。

このような好ましい環境構成の中で育つ子どもたちを見ていると、つい、そうでない状況にある子どもたちのことを考えてしまう。

現在、日本の貧困率は 15.8 % (2018 年 厚生労働省) であり、七人に一人が貧困状態にある。私は教師として学校現場でさまざまな子どもたちに接してきた経験から、その深刻さを身近に感じ、若干大げさだが、どうかしなければ国家の存続に繋がる問題であり、ともすれば、子どもの貧困そしてその連鎖が日本を滅ぼすかもしれないと思っている。

では子どもの貧困問題とは何か。社会保障制度などにより

衣食住などの生活状態はさほど悪くなく、一見してどの子が貧困状態にあるのか分からないことも多い。また、差別やいじめの対象とならないよう貧しさを見せないようにしている側面もあり、貧困が見えにくくなっている。

そのような中、貧困家庭の日常生活や状況を見てみると、医療や教育の面であるいは環境構成の面で子どもの育ちを阻害する要因が多々見られる。

具体的には、比較的一人親が多く生活のために仕事に追われる日々の中で、子どもとの時間が共有できなく、一緒に読書したり勉強したりなど会話や文化的交流も少ない。子どもは学校から帰り一人で過ごし、食事も孤食になることが多い。また経済的理由から、有料の放課後児童クラブや私塾などには行くことができない子どもも多い。

このような環境構成の中で育つ子どもと、前述した豊かな環境構成にある子どもとでは、学力や文化力などに大きな開きが生じることは明白である。

前段が長くなってしまったが、このような状況にある子どもたちを何とかしなければ、何かできることはないか、行動を起こさなければ、という思いが「からたちハウス」を立ち上げる原動力となった。



からたちハウス

ここ小田原で創作を行った北原白秋にちなみ「からたちハウス」と名付け、2018年9月に開設し活動を開始した。

コンセプトは、貧困状態にある子どもたちの自立（自律）と成長を支援する第三の居場所、子どもも保護者も地域の中で孤立しない安心で安全なコミュニティとし、「ここから立ち（からたち）上がれ」を願いとした。

私は顧問として企画段階から関わっているが、代表は発起人である窪田清美さんである。彼女は公立中学校の英語の教諭であり、現在は県のソーシャル・スクール・ワーカーとし

て働いている。以前、仕事と子育てそして家事と多忙な生活経験から、働く女性への支援の必要性を考えていた。また、教諭時代に問題を抱える子どもと接する中で、その多くは家庭・保護者の問題に起因していると思うようになった。同時に、懸命に子育てをしている保護者の姿も目にしてきた。そして、前述したように「何とかしなければ」と行動を起こすことを考えた。

スタッフは小中学校で教鞭をとっていた元教諭らをはじめ、自治会住民の方や民間企業の方々などがボランティアで参加している。同様の取り組みは、ここ数年全国的に広がっているが、元教師グループによる自主運営はほとんど例がない。

開設は毎週金曜日午後4時から8時までの4時間で小中学生を受け入れており、保護者が迎えに来るまで活動をしている。参加費は無料である。

その内容は、学童保育と私塾、子ども食堂などの要素を盛り込み、遊んだり読書したり宿題や復習をしたりと多様で、ときには食事を作ったり配膳を手伝ったりし、最後にみんなで楽しく会食をする。

運営の資金は県や市など自治体からいただいております。地域からの支援として活動に共感する企業の賛助金や団体・個人からもいただいている。また、お金でなく野菜や果物、米や調理した料理などの物資を届けてくださる方々もある。JAの直売所からは、出荷者の協力のもと、食材を無償で提供してくれている。当日の夕食のメニューは、その日届いた農産物により決めるので、子どもたちと食材を見ながら何を作るか相談することもある。

活動の場は、初年度は民家を借り上げていたが、家賃の資金繰りに困っていたところ、某自治会の会長さんの配慮によって公民館を週一回借りることになった。そのことによって、地域の方の関心と呼び、活動への協力者が増加している。

課題は、コロナ禍への対策や、そのことにより子どもの数を増やすことができない状態にあること、行政が今以上積極的に支援体制を整備することなどである。

以上、からたちハウスからも「算数・数学の自由研究」作品コンクールで表彰されるような能力を持つ人材を輩出することを願い、今後も活動を拡充していきたい。



世界的に認められた数学者 岡潔の出身地橋本市で 理数教育を楽しめるものに!


橋本市岡潔数学WAVE
会長

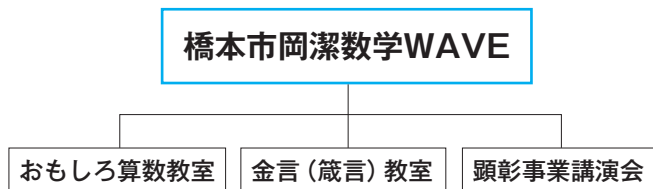
木地 茂典 / きじ しげのり

■ 地域の理数教育活性化のために(設立趣旨)

世界的数学者岡潔博士を生んだこの橋本市で、「算数・数学が楽しい」、「算数・数学がおもしろい」と感じる子供たちが一人でも多く育ってほしいという願いから、数学教育推進を目的とした数学ワンダーランドづくりに寄与できるように『橋本市岡潔数学 WAVE』を設立しました。

橋本市が教育のまち、数学教育の充実したまちとなるように、そして博士の数学以外にも思想家としての一面を後世に引き継ぐものとして『岡潔記念館(仮称)』の建設など、文化を育むまち「橋本市数学ワンダーランド」を作り上げたいと考えています。

組織図



■ 活動内容の紹介

・講演会

岡潔名誉市民 50 周年の記念講演会を開催して以降、博士の顕彰として市民に向けた講演会を実施しています。

・算数教室

設立当時より、毎年 6 月から翌年 3 月まで、小学生を対象とした『おもしろ算数教室』を開催しています。算数の不思議さを体験し五感で感じさせることで理数離れを軽減し、考える力も高められるようにしています。

また、毎年大学の教授を招いて、夏季講座か冬季講座のいずれかを実施しています。

・箴言(金言)教室

博士は思想家でもありましたので、数々の箴言を残しています。そこで、令和の初企画として、博士の著作物 15 冊から心に残る文書を選んで 100 首の短歌にし(うち 2 首は博士の作)、『岡潔箴言かるた』を制作いたしました。その後、広報誌『岡潔から未来へ ココロにしみるあれこれ』の制作へと至り、それを毎年作り上げていく中で、市民参加の教室を毎月開催するようになりました。それが箴言教室です。

・顕彰囲碁・将棋大会

毎年 1 回、3 年続けて、囲碁・将棋大会を開催しています。博士も相当な棋力であったといわれています。

・『岡潔記念館』構想

① 博士の資料展示

② 算数・数学に関する資料・体験館ゾーン

一般市民にもわかりやすく、数学の世界に馴染んだり好奇心がわくような資料の展示や体験ができるものにしたいと考えています。この構想もやっと先が見えてきて、来年中の公開を目指しています。

■ 実践教室としての例あれこれ

① 算数教室の進化

算数教室は、小学生を低学年(保護者同伴)と高学年に分けて 6 年になりますが、百数十回も積み重ねる中で大きく進化したと思います。子供は大人とともに学ぶことでより良い効果が与えられると考え、高校レベルの内容でもわかりやすく精査して取り組んでいます。



図 1 ゾムツールで作った正 120 胞体

今の子供たちに欠けていると言われる図形感覚を育む機材の一例として、ゾムツールがあります。これはおもちゃのように夢中になれる要素を持っています。

また、5年前から大人向けの算数教室も始めました。参加者は30～60代の女性で構成されています。月1回のペースで行っていますが、今では子供たちに指導できるまでになっています。大人たちが目を輝かせて子供たちを指導している姿を見ると、教育現場にない新鮮な空気を感じることができます。



図2 ヒンメリと折り紙を組み合わせた展示物

② 各小学校への支援教室

放課後を利用した授業への支援が増えています。ねらいは子供たちへの興味付けでもあります。その一例として「折ることの楽しさ！」があげられます。1枚の紙に描かれた図を山・谷折りに折っていくことで、いろいろな形に変化する楽しさがあります。楽しさの中で集中力を発揮する子供の姿に驚かされます。これは今後も続けていくべき支援授業と位置付けています。

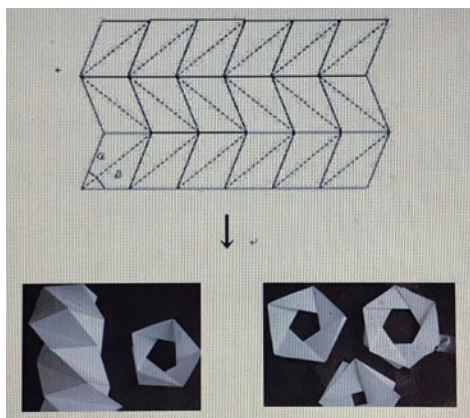


図3 折ることの楽しさ！

③ 体験館ゾーンに向けて

『岡潔記念館』の体験館ゾーン公開が来年度に向けて具体

的な運びとなるでしょう。そのために講座を展開しアピールしていきます。数学的なことを視覚的に理解できるようにわかりやすく、納得してもらえるような構成を考えています。

どこで測っても幅が等しいルーローの三角形や決して中に落ちることのないマンホールのふたの形の話など、最初は“えっ”と思うけど、説明を聞くと納得



図4 ルーローの三角形

得する体験ができるのが体験館です。当会名誉顧問の東京理科大学 特任副学長 秋山仁先生による実演を参考に、当会でもオリジナルなものを考えていきたいと思っています。

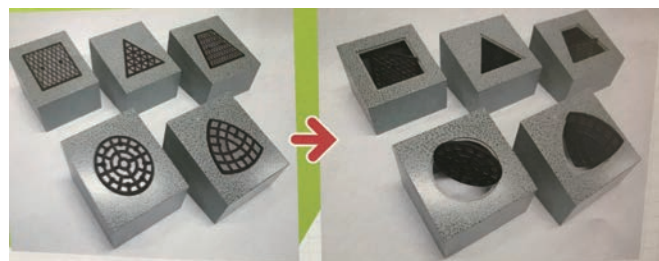


図5 マンホールのふた

④ 「算数・数学の自由研究」を見据えて

ここ何年間は、子供たちへのよい刺激になると思い、作品コンクールへの応募ないしそれに向けた学習会を行っています。これらが子供たちへの算数・数学に触れる良いきっかけとなることを期待しています。

■「橋本市岡潔数学 WAVE」の今後

地域とともに、数学に限らず思想家岡潔の顕彰も行いながら親しまれる会でありたいと願っています。スタイルは変えず世界的に認められた数学者を誇りとして、この地橋本市に数学ワンダーランドを構築していきます。そのために、体験館が学校現場との橋渡しになれるようにと考えています。

教育委員会、学校現場の理解を得ながら数学教育の一つの考え方を提案していきたいと考えています。 ◆

..... 編集後記

第8回「算数・数学の自由研究」作品コンクールで受賞された皆さん、おめでとうございます。今回も素晴らしい作品に出会うことができました。

新型コロナウイルスのワクチンも開発され、きっと終息に向かってくれると思います。

次号も、引き続き「数学と産業」を特集します。

(財)理数教育研究所 事務局



キャロライン・ハーシェル

～数学を応用して 2500 の星雲の星表を作成した天文学者～

サイエンスナビゲーター® 桜井 進/さくらい すずむ

天文学者として知られているキャロライン・ハーシェルですが、その偉業は彼女の数学の才能とその応用のうえに成し遂げられた。

キャロライン・ルクリーシア・ハーシェルはドイツのハノーヴァーで、1750 年 3 月 16 日に生まれた。父、アイザック・ハーシェルは、軍楽隊の一員で、キャロラインの音楽の才能を伸ばすことを第一に教育を行った。それに対して母親は娘に愛情を示すことがなかった。学問に力を入れることにも反対した。17 歳のキャロラインは父を失い、自立を迫られたときも学校に行きたいという娘の願いを母親は必要ないとして許さなかった。

キャロラインを救ったのは 11 歳年上の兄ウィリアムだった。22 歳でイギリスに渡った彼女の生活はそれまでと比べてすべてが激変した。ウィリアムは音楽演奏——オーボエとオルガン奏者を生業としていた。音楽に携わるうちに次第に数学と天文学にも興味を抱くようになった。キャロラインは家事を手伝うために英語、会計、そして料理を習った。ウィリアムは、妹に声楽とハープシコードのレッスンを受けさせ、自分の音楽会に参加できるようにした。彼女は人気オペラ歌手として活躍するまでになった。二人は天文学を論じ合い、キャロラインは星に興味を抱くようになっていった。

ウィリアムの天文学への取り組みは本格的になっていく。当時は天体望遠鏡が普及していなかったため手作りするほかなかった。焦点距離 6 フィートの立派なニュートン式反射望遠鏡を製作し、天体全体を観測するプロジェクトにとりかかった。キャロラインは鏡を磨き光らせる仕事をした。果たして、1781 年に天王星の発見に成功。これによりウィリアムはジョージ 3 世から国王付天文官に任命された。

キャロラインは多忙を極めるウィリアムを助けるために、自身の能力を高めることにした。彼女は兄の仕事を助け続けてきたことで数学の重要性を熟知していた。学校に行かせてもらえなかったキャロラインにとって 30 歳を過ぎてから数学を学び始めることは容易ではなかった。しかし、彼女には決意があった。天文学的計算に必要な幾何学と対数そして恒

星時と太陽時の関係を学び、すべての計算と誤差補正を行い、記録を保管し、細かい雑事もすべて引き受けた。おかげでウィリアムは望遠鏡を覗くことに集中できた。

キャロラインは、その激務の中でも小さいニュートン式反射望遠鏡を使って天空の観察を続けた。1783 年、アンドロメダ座とくじら座の 3 つの星雲を発見、14 個の星雲の目録追加を行った。

1787 年に 37 歳のキャロラインもジョージ 3 世から年俵 50 ポンドの助手に任命された。イギリスで公的にこのような地位に任命された最初の女性となった。

キャロラインは、彗星を発見した最初の女性でもある。1789 年 (39 歳) から 1797 年 (47 歳) の間に 8 個の彗星を発見した。ちなみに、同じ期間に彼女以外の人による彗星の発見は 9 個である。キャロラインの結果は群を抜いていたことがわかる。

彼女の最大の功績は、星表の作成である。フラムスティードの『英国恒星目録』(3000 の星表) を天球上各 1 度の幅の地区に分類し直し、ウィリアムが天球探査をより系統的にできるようにした。キャロラインの兄ウィリアムへの思いは彼女の人生のすべてと言っても過言ではなかった。ウィリアムは偉大で、やさしく、親切な人間だった。ウィリアムが結婚した後も、キャロラインは夫人と仲良く付き合うことができた。彼女の助けがなかったら天文学者としてのウィリアムの信じがたい成功はなかった。キャロラインは日記の中で自分の仕事について次のように語っている。

「私はよく訓練された子犬がやるようなことを兄のためにやっただけです。私は彼が苦勞して磨いた道具にすぎません」

1822 年、兄の死をきっかけにキャロラインはハノーヴァーに戻った。1828 年、78 歳のキャロラインはウィリアムが発見した 2500 の星雲の星表作りを完了。王立天文学会は最大の賛辞とともにゴールドメダルを贈った。85 歳、メアリー・サマヴィル (本連載第 9 回) とともに王立天文学会初の女性会員に選出。1848 年 1 月 9 日、97 年の生涯を閉じた。

1939 年、フランスのリゴレーによっておうし座に彗星が発見された。後にこれが 1788 年にキャロラインが発見した彗星であることが判明し、おかげで周期彗星であることもわかった。驚くべきことに当時彼女はこれが周期彗星であることを考えていた。公転周期約 155 年のハーシェル・リゴレー彗星の次の近日点通過は 2092 年 3 月 16 日、キャロライン生誕 342 年目の日である。