

日本の理数教育をサポートする

Rimse

Research Institute for Mathematics and Science Education

No. 42
February
2025

特集 評価から見た主体的・対話的で深い学び I

塩野直道記念 第12回「算数・数学の自由研究」作品コンクール 受賞作品の発表



Contents

表紙裏

巻頭言

AI時代の教育について思う

理化学研究所 栄誉研究員／東京大学 名誉教授 甘利 俊一

特集 評価から見た主体的・対話的で深い学び I

- 2 **I** 資質・能力の育成を目指した探究の過程
—評価の在り方からの授業改善—
国立教育政策研究所 教育課程研究センター 教育課程調査官・学力調査官
真井 克子
- 5 **II** 相互評価で育成する資質・能力
東洋大学食環境科学部 教授 後藤 顕一
- 8 **III** 小学校の理科授業における相互評価活動を取り入れた
考察改善の実践
福岡教育大学附属久留米小学校 教諭 田中 拓哉
- 11 **IV** 主体的に学習に取り組む態度を見取るための単元の
指導計画の重要性
北海道札幌北陵高等学校 教諭 佐藤 友介

塩野直道記念

- 14 **第12回「算数・数学の自由研究」作品コンクール
受賞作品の発表**
15 受賞者一覧
20 作品の審査を終えて —中央審査委員からのメッセージ—
22 表彰の集い
23 最優秀賞・優秀賞・特別賞 —受賞作品の紹介と講評—

- 33 **連載** やさしい電気化学 ～化学変化で起こす電気、
電気で起こす化学変化～ 第6回

理科の授業に登場する電池 —ダニエル電池について

東京学芸大学教育学部自然科学系 教授 鎌田 正裕

- 36 **連載** 確率の現代的活用 第7回

エントロピー 情報通信の確率基礎

東京大学 名誉教授／(株)ベイズ総合研究所 代表取締役 松原 望

- 39 **連載** 物理用語の成り立ち ～万物の根源を求めて～ 第7回

X線 (X-rays)

元徳島県公立高等学校 教諭 西條 敏美

特別寄稿 清水静海先生追想

- 42 ① 清水静海先生と教大研
千葉大学 名誉教授 島田 和昭
- 44 ② 澄んだ心でものを観る
元文部科学省初中局 主任視学官／茨城大学 名誉教授 根本 博

- 46 **教育に新しい風を** —東京懇談会より—

これからの学校教育の充実に向けて思うこと

帝京平成大学人文学部児童学科小学校・特別支援コース 教授／
同大学教職センター長 栗原 宏成

- 48 **広場** 地域教育で活躍する人々 第41回

数学者・永田雅宜氏を通じた学習風土づくりのその後 ～伝記本の出版まで～

愛知県大府市立共長公民館 館長 古田 功治

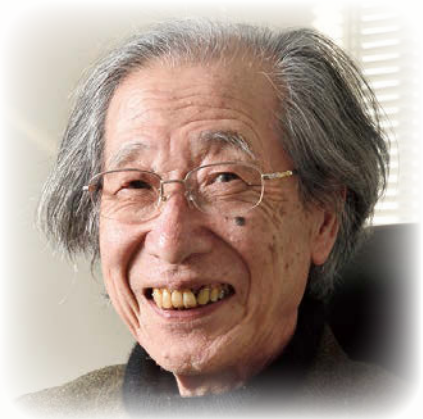
裏表紙

数学と言葉 第10回

数学用語その5

「n乗はn回かける」を検討する

サイエンスナビゲーター® 桜井 進



甘利 俊一 / あまり しゅんいち

1936年生まれ、1963年東京大学大学院博士課程修了、2019年文化勲章を受章。帝京大学先端総合研究機構特任教授、理化学研究所栄誉研究員、東京大学名誉教授。数理工学を専攻し、数理脳科学、情報幾何学、機械学習の理論などを考究している。研究の第一線を引退した今は、人工知能とヒューマニティ、これからの社会と文明に関心を抱いている。趣味の囲碁は六段。

AI時代の教育について思う

あっという間にAIの時代がやって来た。確かにAIは便利である。これを活用すれば、産業は言うに及ばず、社会のあらゆる現場で生産性が画期的に向上する。その影響は教育にも及ぶ。

しかしAIの勃興を喜んでばかりではいけない。AIと言えば、いま国家も含めて巨大資本が覇権を賭けて挑戦している。このままで行けば社会は混乱し、格差の更なる拡大を招く。また、軍事技術として使用され、人類を悲惨のどん底に落とし込む。

AIは深層神経回路網モデルを用いて学習する。しかしこれは学んだデータからの補間に過ぎない。大規模言語モデル(LLM)は一歩進んで、データの関連性を基にした一連の連想作用を使って統計的な関係を学習し、膨大な知識を基に人間の質問に応答する。

大規模言語モデルの性能の良さに、我々は驚嘆する。その性能は開発者の予想をはるかに上回った。大規模にすることで何か新しい現象が創発したのではないかと考えられている。

人間は物事を学び、その現象の背後にある関係性を法則として理解しようとする。これがわかると物事がすっきりと腑に落ちる。しかし、AIは統計処理はするものの、新しい理解を生み出すことはない。根本的な理解に至るには新しい未知の原理の発見が必要であり、今のままのAIにはこれではできない。

研究者も学生もAIを活用するようになった。確かに便利であり、その知識は驚くほど豊富である。しかしAIにより素晴らしいレポートができたとして、それを鵜呑みにしては困る。AIは知識は持っているが、理解力や世界観がないからである。

AIの達人はAIを便利な道具として使いこなし、これを自己の思考と理解の手段として自分を高めていく。困ったことには、AIの回答を便利に使い、AIの達人になったつもりでいて、その実AIの使われている人達が大勢いることである。こうなると自分の思考力が減退していき、そのことに気が付かない。思考とは、楽しいと同時に苦しみを伴う。これを超えて結論を得ることこそが思考の醍醐味である。

人間は多くの動物を家畜化してきた。植物の栽培もその一種であり、遺伝子の改変を伴う。いま、人間が思考をAIに委ねてしまえば、これは大変楽であるかもしれない。しかしこれは人間の家畜化に他ならない。人間には働く喜び、遊ぶ楽しみ、考える嬉しさが本来備わっている。自己家畜化すればこの意欲が減退してしまう。

AI時代を迎えて、教育がますます重要になると思う。教育とは知識を授けることではない。AI時代には、知識はいくらでもAIが提供する。思考する力、思考する楽しみ、その結果の達成感、これらをもとに思考力を養うことが大切であろう。

またAI時代には、画一的な標準のカリキュラムを超えて、学生のさまざまな能力に応じてそれを伸ばしていくことが可能になるだろう。こうして、各人の持つ潜在的な能力を全面的に開花できるようになればそれは良い。

このとき、これを助ける教師の役割が重要である。学生は教師の生きざまから学ぶ。教師の人間性に触れてそれに感銘し、自己を磨いていく。詩人ルイ・アラゴンはドイツの占領下のフランスで「教えるとは未来を語ること、学ぶとは誠実を胸に刻むこと」と謳った。教育の本質を抉り出した名言である。

いま、社会は大きく変貌しようとしている。その中でAIの開発は日増しに進んでいく。社会がこれをうまく受け入れ、新しい素晴らしい文明を築けるか、それともAI時代に対応できずに文明の崩壊を迎えるのか、今大変な岐路に立っているのである。文明に対する脅威は、格差の飽くことなき拡大、ポピュリズムによる民主主義の崩壊、そして戦争による危機と、いくらでもある。進化の奇跡である人類、宇宙に生まれたこの知的生命体を守ることが我々の使命であり、願望である。❖

I 資質・能力の育成を目指した探究の過程

～評価の在り方からの授業改善～



国立教育政策研究所 教育課程研究センター 教育課程調査官・学力調査官
(併任：文部科学省 初等中等教育局 教育課程課 教科調査官)

真井 克子 / さないかつこ

奈良県立高等学校理科教諭(専門分野：化学)として勤務後、2013年より奈良県教育委員会に所属。奈良県立教育研究所指導主事、奈良県教育委員会事務局学校教育課指導主事、高校の特色づくり推進課高校教育指導係長を歴任、2023年より現職。

1 資質・能力の育成を目指した探究の過程

現行の理科の学習指導要領では科学的に探究するために必要な資質・能力の育成を重視し、観察、実験を行うことなどを通して探究する学習活動をより一層充実させるため、探究の過程を図1のように明確化している。

各地域の教育委員会から寄せられた声によると、この探究の過程を重視した授業が増加したという印象を多くの地域が持っており、探究の過程を重視した授業改善や学習評価の見直しの意識が全体的に高まってきていることが伺える。一方で、課題も挙げられている。例えば、「探究の過程」を踏まえた指導を意識はしているものの、生徒主体の探究になっていない授業がまだまだ多いというものである。「探究の過程」を形式的

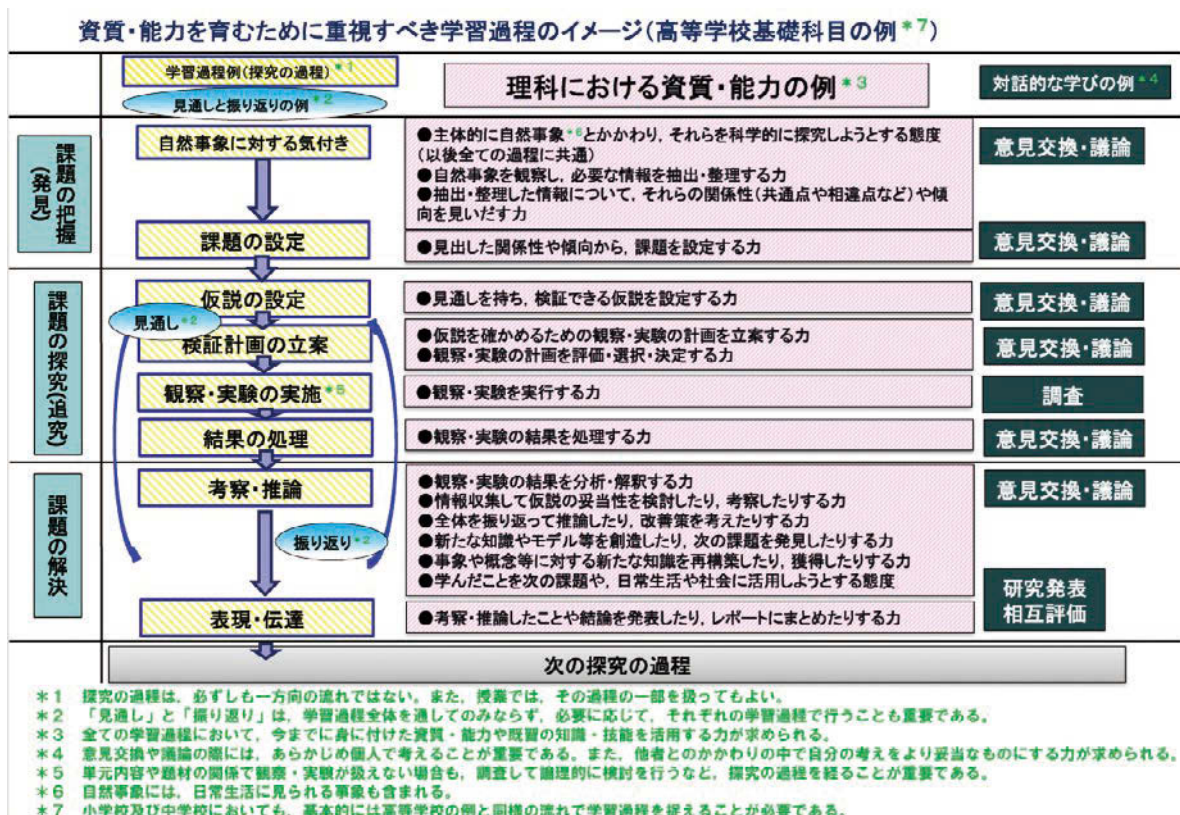


図1 資質・能力を育むために重視する探究の過程のイメージ(中央教育審議会答申の資料を一部修正)

になぞるだけであったり、特に「課題の把握」の部分が生徒主体になっておらず、生徒が「自然事象に対する気付き」の過程を経ることなく、教師が初めから課題を与えていたりする授業が多いということである。今回の改訂に沿った授業改善に向けて教師の意識向上が、着実な実践につながるようにする必要がある。令和6年3月、文部科学省は「令和4年度全国学力・学習状況調査の理科の結果を活用した専門的な分析」の調査報告を公表した。思考・判断・表現を問う問題の正答率が高く、「学習に対する興味・関心や授業の理解度問う(理科)」で肯定的回答の割合が多い学校を抽出してアンケート調査を行ったところ、図1に示す探究の過程のうち「課題の把握(発見)」を重視する学校の割合が高いという結果が小学校、中学校共に示されている。探究の過程の全てが大切であることは間違いないが、このような結果も心に置いて、授業計画を検討することも考えられる。

現行の学習指導要領では、育成を目指す資質・能力の三つの柱(「知識及び技能」、「思考力、判断力、表現力等」、「学びに向かう力、人間性等」)が示されている。理科においては、生徒が探究の過程を通じた学習活動を行い、教師はそれぞれの過程において、資質・能力が育成されるよう指導の改善を図ることが大切である。観察、実験を行うことなどを通して探究する学習活動をより一層充実させるため、例えば、情報の収集、仮説の設定、実験による検証、実験データの分析・解釈などの探究の過程を重視した授業改善が求められる。また、図1には、「対話的な学びの例」として意見交換・議論、調査、研究発表、相互評価が挙げられていたり、探究の過程は必ずしも一方向の流れではなく授業ではその過程の一部を扱ってもよいこと等が示されたりしている。育成を目指す資質・能力に基づいて授業を計画し、「子供たちにどのような力が身に付いたか」という学習の成果を的確に捉え、主体的・対話的で深い学びの視点からの授業改善を図る、いわゆる「指導と評価の一体化」が実現されやすくなることが期待されているところである。

2 ◆ 指導と評価の一体化

(1) 単元のまとまりの指導と評価の計画

現行の小・中学校及び高等学校学習指導要領総則においては、学習評価の充実について新たに項目が置かれた。高等学

校を例として掲載するが、具体的には、学習評価の目的等について以下のように示し、単元や題材など内容や時間のまとまりを見通しながら、生徒の主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善を行うと同時に、評価の場面や方法を工夫して、学習の過程や成果を評価することを示し、授業の改善と評価の改善を両輪として行っていくことの必要性が明示されている。

- ・生徒のよい点や進歩の状況などを積極的に評価し、学習したことの意義や価値を実感できるようにすること。また、各教科・科目等の目標の実現に向けた学習状況を把握する観点から、単元や題材など内容や時間のまとまりを見通しながら評価の場面や方法を工夫して、学習の過程や成果を評価し、指導の改善や学習意欲の向上を図り、資質・能力の育成に生かすようにすること。
- ・創意工夫の中で学習評価の妥当性や信頼性が高められるよう、組織的かつ計画的な取組を推進するとともに、学年や学校段階を越えて生徒の学習の成果が円滑に接続されるように工夫すること。

国立教育政策研究所では、『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料』を発行している。学習指導要領に定める目標に準拠した「観点別学習状況の評価」について、評価の手順や事例について示している。学習指導要領に定める目標に準拠した「観点別学習状況の評価」について、評価の手順や事例について示している。小学校、中学校、高等学校それぞれに作成しており、一人一人の先生がこれを持ち、日々の授業の参考としてもらえるように、Web ページからダウンロードすることが可能である。探究の過程を重視する授業を目指すとき、授業においては全ての学習過程を実施するのではなく、その一部を取り扱う場合があることに留意する必要がある。単元のまとまりの中で、問題の内容や性質、あるいは生徒の発達の段階に応じて、ある部分を重点的に扱ったり、適宜省略したりするといった工夫が必要である。この『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料』には、単元のまとまりの指導計画の



例が記載されている。

図2は中学校第1分野の(4)「(イ)化学変化」の指導と評価の計画の例を示したものである。探究の過程を重視する授業改善は、この単元のまとまりの指導と評価の計画を立てて授業をすることでかなり解決できるのではないかと考える。育成を目指す生徒の資質・能力(「知識及び技能」「思考力、判断力、表現力等」「学びに向かう力、人間性等」)を踏まえ、生徒の実態に合わせて、観察、実験を重視しながら計画を立てる。この観察、実験からどのようなものを見いださせていきたいのか、一番時間をかけて思考させたい内容はどのようなものか等、単元のまとまりの中で育成したい資質・能力を考えて授業の構想を立てることが何よりも授業改善に役立つと思われる。また、この図2で「重点」と示されているのは、育成を目指す資質・能力に対応した評価の観点であり、○は生徒全員の学習状況を記録に残す場面を示している。いつ、どのような方法で生徒について観点別学習状況を評価するための記録をとるのかについて計画することも大切である。○がない授業においても、教

師が生徒の学習状況を把握し、指導の改善に生かす。まさに「指導と評価の一体化」であり、次への学びにつながる評価としたい。つまり、評価は「生徒の現状の見取り」であるとともに「生徒の次の学びへの意欲向上につながるもの」であるという視点を持ち合わせたい。どの時間を記録に残す評価とするのかあらかじめ計画し、生徒にも示して授業に臨みたい。常に児童生徒の資質・能力の育成を意識しながら授業改善に取り組むことが大切である。

なお、図2に示す計画も参考であるため、例えば備考欄には評価の観点ばかりを入れる必要はないと考える。自分が授業を行う際に重視すること等、自由に活用することが可能である。つまり、このような単元のまとまりの指導と評価の計画を描いて授業に取り組むことで、探究的な学びが自然に実現できるのではないだろうか。

(2) 単元のまとまりの指導と評価の計画の作成について

各学校においては、育成を目指す児童像、生徒像があろう。児童生徒の実態に合わせた単元の指導と評価の計画を教師も協働して作成することで、探究的な学びの視点からの授業改善が実現するのではないだろうか。互いに意見を出し合って単元の指導と評価の計画を一度作成すれば、次の年度からは実施した授業を振り返って改善していくことでより適切な計画へと変化させていくことが可能となる。また、中学校や高等学校では、学校内で同じ教科の教師がいないことも想定される。筆者がこれまで関わった研修等から、校内に限らず、例え校種を越えても、さまざまな学校の教師が協働的に指導と評価の計画を作成することから多くの気づきを得ることができていることも把握している。ICTを活用する等して、短時間で協議したりアイデアを出し合ったりすることから、教師も更に授業が楽しくなる授業計画にしていきたい。❖

3 指導と評価の計画 (10 時間)

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・鉄と硫黄を反応させる実験を行い、反応前後の性質の違いを比較し、別の物質が生成していることを見いだす。	思	○	・反応前後の性質の違いを比較し、別の物質が生成していることを見いだして表現している。【記述分析】
2	・化学変化を、原子や分子のモデルと関連付けて理解する。	知		・化学変化を、原子や分子のモデルと関連付けて理解している。
3	・スチールウールを燃焼させる実験を行い、酸素と結び付いて、別の物質が生成していることを見いだす。	思	○	・鉄が酸素と結び付いて、別の物質が生成していることを見いだして表現している。【記述分析】
4	・銅やマグネシウムが酸素と結び付く反応を、原子や分子のモデルと関連付けて理解する。	知		・酸化は、物質が酸素と結び付く反応で、特に激しく熱や光を出す反応が燃焼であることを理解している。
5	・酸化銅と炭素の混合物を加熱する実験を行い、金属や気体の性質から、銅と二酸化炭素が生成したことを理解する。	知		・金属や気体の性質から、銅と二酸化炭素が生成したことを理解している。
6	・酸化銅と炭素から銅と二酸化炭素が生成したことを、原子や分子のモデルを用いて表現する。	思	○	・実験の結果を基に、化学反応について原子や分子のモデルを用いて表現している。【記述分析】
7	・二酸化炭素中でマグネシウムリボンが燃焼する現象を観察し、その変化を原子や分子のモデルを用いて説明する。	態	○	・二酸化炭素中でマグネシウムリボンが燃焼する現象について、原子や分子のモデルを用いて説明しようとしている。【記述分析】
8	・熱を取り出す実験を行い、化学変化には熱の出入りが伴うことを見いだす。 ・塩化アンモニウムと水酸化バリウムを反応させる実験を行い、温度変化を調べ、化学変化には熱の出入りが伴うことを見いだす。	思	○	・化学変化には熱の出入りが伴うことを見いだして表現している。【記述分析】
9	・鉄粉の酸化を利用したカイロを作成するなど、ものづくりを通して化学変化による発熱について理解する。	知		・熱を発生する化学変化について理解している。
10	・化学変化に関する学習を振り返り、概念的な知識を身に付けているかどうかを確認する。	知	○	・化学変化に関する概念的な知識を身に付けている。【ペーパーテスト】

*記録の欄に○が付いていない授業においても、教師が生徒の学習状況を把握し、指導の改善に生かすことが重要である。

引用・参考文献

- * 文部科学省(2018)「高等学校学習指導要領(平成30年告示)総則」
- * 文部科学省(2018)「高等学校学習指導要領(平成30年告示)解説 理科編 理数編」
- * 国立教育政策研究所(2020)『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 中学校理科』2020。
- * 文部科学省(2024)「令和5年度委託研究 学力調査を活用した専門的な課題分析に関する調査研究について」(000036016_01.pdf https://www.mext.go.jp/content/20240516-mxt_chousa02-000036016_01.pdf) (閲覧2024年11月30日)

図2 指導と評価の計画の例

II 相互評価で育成する資質・能力

東洋大学食環境科学部 教授

後藤 顕一 / ごとう けんいち

科学教育の研究者として科学教育において相互評価活動を活用する実践的な研究を通じて成果と課題を明らかにしている。1989年に埼玉県立高校教諭を経て、2009年に国立教育政策研究所で総括研究官を務める。国内外の国内外の調査や理系進路選択研究に従事。2017年より現職。2020年から東洋大学教職センター長。日本化学会学校教育委員長、日本理科教育学会理事なども歴任。博士(学校教育学)。専門は科学教育、化学教育、理科教育、教育課程。



1 文部科学省の諮問「初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について」と求められる学び

令和6年12月、文部科学省は中央教育審議会に「初等中等教育における教育課程の基準等の在り方について」を諮問した。この諮問では、これからの学習者に求められる学びとして、主体的・対話的で深い学びの必要性が強調されている。これを実現するためには、探究活動やプロジェクト型学習を取り入れ、学習者が自ら課題を見つけ、解決策を考える力を養う授業が求められる。また、ICTを活用した授業や、異文化理解を深める国際交流など、多様な学びの機会を提供することが重要である。さらに、相互評価のような学習活動を通じて、学習者同士が互いにフィードバックを行い、学びを深めることが求められる。

しかし、学校現場では「忙しい」「入試に役に立たない」といった声がかかることがある。現代の教育が求める資質能力の育成は、単なる知識の詰め込みを超えた総合的な資質能力を養うことである。これらは、将来の社会で必要不可欠なものであり、今の教育現場で育成することが必須である。「忙しい」を理由にこれらの育成を怠ることは、子供たちの未来を狭めることに他ならず、アイデアと工夫で臨むことが期待されよう。今回紹介する学習活動の中に評価活動を入れ込む相互評価を基にした学習活動は、学習者同士が互いの学習成果を評価し合うことで、学習者の資質能力を育成するための有効な手段と考えられ、忙しさの解消にもつながる。自己評価と他者評価を通じて学習内容を深め、より主体性を発揮できる学習場面を提供することは、はじめは時間がかかるかもしれないが、子供たちは自ら学ぶ力を身につけ、結果的には

時間短縮にもつながる。さらに、入試は確かに重要であるが、現代の教育が目指すべきは、入試のための学力だけでなく、社会で通用する総合的な力を育成することであり、その後の人生においても大いに役立つ。これらの力を育成することは、極めて高い意義がある。

2 「学習としての評価」という考え方

我が国の学習評価は、これまで主にブルーム (Bloom, B.S) らの理論によって、授業過程で実施される評価の機能を診断的評価、形成的評価、総括的評価の3つに大別されてきた (田中, 2010)。ブルーム理論の問い直しとして、形成的評価、総括的評価を捉え直す動きが1990年代に始まるようになってきている。また、イギリスやカナダでは「学習のための評価」「学習の評価」という考え方が出現している。アール (L.M.Earl, 2003) は、表1に示す学習評価を機能で再整理して示している。機能を十分に生かして3つの評価をバランスよく行うことが必要であるとしているが、特に注目すべきは「学習としての評価」という考え方である。

表1 Three ideas of Assessment

3つの評価	概要	評価主体
学習の評価 (Assessment of Learning)	成績の決定	教師が評価主体
学習のための評価 (Assessment for Learning)	授業主体・学習改善	教師が評価主体
学習としての評価 (Assessment as Learning)	学習者自身の学習の自己調整	学習者が評価

L.M.Earl, 2003

「学習としての評価」という考え方は、学習活動の中に「評価活動」を意図的に位置付けている点がユニークである。学習者を主体的に評価活動に参加させていくことが必要であると

いう理念の下、自己調整だけでなく学習経験として意味があるとしている。学習者が評価主体となり、学習者自身の学習の自己調整につなげるため、資質・能力の育成への寄与が期待できる。「学習としての評価」の考え方は「学びと評価の一体化」の実現をもたらす。そのためには、学習者間で互いの学びをモニターしながら良い点と改善点を指摘し合える相互評価活動が有効であると考えられる。

我が国においても、東(2001)は、「評価は子どもの自己形成を手助けする人と人との関わり合い」であると述べている。また、田中(2013)は、「到達度評価と個人内評価の結合」、「真正な評価の重要性」について示している。また、安彦(1987)は、「自己評価」について、現代の教育実践と教育評価の中心に位置付けるべきものであると主張している。さらに、北尾(2006)は、優れた他者評価を介すことによって自己評価の信頼性が保証されることから、まず自己評価させ、その結果と他者評価の結果とを比較した後に、再度自己評価させるようなサイクルが望ましいと指摘している。また、相互評価の際には、評価に利用する評価規準やルーブリックを学習者がよく理解させ、その表現をわかりやすいものにする必要があるとしている。先人の研究者が示している通り、相互評価活動における自己評価と他者評価の必要性は、今後もさらに高まると考えられる。

3 ◆ 主体的な学びを引き出すために必要な相互評価活動

学習者に主体的な学びを引き出すために求められる学習活動を充実させるには、学習者が「何を」学び、「どのように」学ぶかを自覚しながら獲得すること、他者との関わりが不可欠であり、指導者はそのような学習活動の場を意図的に設定する必要がある。主体的な学びを引き出す学習活動は、心理学では「動機付け」として古くから研究されてきた。辰野(2006)は、「期待—価値モデル」が共通して重要であると述べている。奈須(2014)は、このモデルにおける期待を維持し、さらに高める配慮が望まれるとしている。また、学習者自身が学習活動の価値を実感できるような配慮も必要である。奈須(2014)は、教

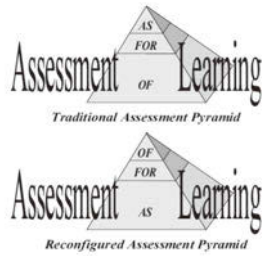


図1：上段「伝統的な学習評価パラダイム」、下段「再構築された学習評価パラダイム」

育心理学の視点から学習意欲をもたらす要素として有効性を実感できる経験が必要であり、適切な指導によって比較

的容易に変容可能であると述べている。これからの学びでは、自己教育力の育成を目指し、学びの質を向上させるとともに、適正な自己評価観を育成する必要がある。後藤(2013)は、主体的な学習に誘う方法の一つとして、相互評価活動における自己評価と他者評価の個別の効果および相乗的效果を示している。具体的な評価の規準を明らかにし、評価の意義を本人が納得することで、自己評価は自分のための学習活動の改善に役立ち、「価値のあるもの」として自覚される取り組みにする必要がある。

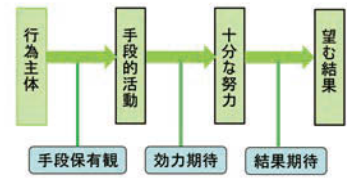


図2「期待—価値モデル」における期待の関係(奈須, 2104)

4 ◆ 相互評価の具体的な方法例

相互評価の具体的な方法例としては、以下のようなものがある。後藤らは、研究会でことん議論を尽くし、必要不可欠な方法を導き出した。その方法を用い、さまざまな教科

や領域の学習場面で相互評価を活用する学習活動を構想して実践してきた。その大まかな流れを示す。

(1) 相互評価のプロセス

- ①自己評価と他者評価：実験結果の考察など学習の目的に沿った学習課題を設定し、それに応じた評価規準を作成。
- ②相互規準に基づいた相互評価表を作成：評価ポイントと評価コメントを記録。
- ③評価の振り返りと改善：自己評価や他者評価の結果を基に、考察や学習課題の記述を振り返り、記述の改善に取り組む。
- ④相互評価表の活用：学習者同士が互いの学習成果を評価するための評価表を使用する。これにより、評価規準に基づいた客観的な評価が可能となる。
- ⑤再評価：改善後の記述を再評価し、学習改善を実感する。

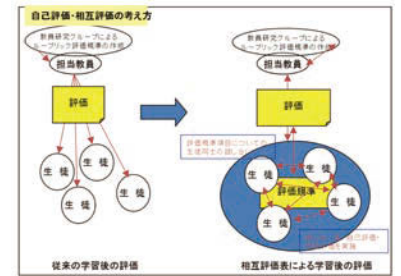


図3 相互評価表のイメージ図 後藤(2013)

(2) 相互評価を用いる際のツール

- ①対面型評価：相互評価表を個人に配布してそれに基づき、自己評価他者評価を行う。紙で作成された評価表で行う実践やデジタルベースで行う実践も報告されている。
- ②オンラインプラットフォームの活用：オンラインプラットフォームを利用して、学習者同士が互いの成果物を評価し合うことができる。これにより、距離や時間な制約を超えて相互評価が可能となる。コメント機能や評価機能を活用して、リアルタイムで相互に評価を閲覧し合ったり、フィードバックしたりするなどして、改善、修正することも可能である。

5 ◆ 相互評価で育成可能な資質能力

これまで、相互評価によって育成可能な資質・能力や適正な学習場面、学校種などについて研究を進めてきた。気が付くと10年の月日が流れている。これまでの研究で、様々な成果が少しずつ明らかになってきた。相互評価の活動を通じて資質・能力の育成の可能性について、日本理科教育学会全国大会や日本生物教育学会をはじめ、国内外の学会で小学校から大学に至るまでの研究成果を公表してきた。それらから、以下のことが考えられる（詳しくは、各学会誌や年会論文集、報告書等を参照いただきたい）。

研究当初は理科教育における学校種ごとの科学的表現力や論理的思考力の育成について研究を進めていた。理科の考察記述や科学的思考力の向上が中等教育で認められた。さらに研究が深まり、主体的に学習に取り組む態度の育成、粘り強さ、自己調整能力の育成にも寄与することがわかってきた。相互評価を通じて得られるフィードバックは、自己調整を行いながら学び続けるための重要な情報源となる。学習者は自分の学習状況を客観的に把握し、必要に応じて学習方法や目標を修正する能力を身につける。他者のフィードバックを受け取り、自分の学習プロセスを見直す機会を得ることが成果につながる。他者の学習成果を評価する際には、新しいアイデアやアプローチに触れる機会が増える。最後に、社会的スキルも向上する。チームワークやリーダーシップ、対人関係のスキルを養うことで、他者と協力しながら学習を進める力が身につく。

また、自己評価と他者評価を繰り返し行うことで、適正な批判的思考力が育まれ、論理的な思考力や分析力を養い、多角的に物事を考える能力が身につく。他者評価をする経験に

より評価規準に基づいて客観的に判断することができるようになる。小学生から大学生まで、評価する側は相手に気を配りながら端的に改善点を指摘し、評価される側も受容的な態度や共感力を身につけることで、高い次元でのコミュニケーション能力が向上することがわかってきた。

総じて、他者からの肯定的なフィードバックを受けることで、学習者は自分の能力に自信を持つことができ、自分が目標を達成できるという信念を持つ能力（自己効力感）が身につく。責任感も育成され、他者の学習成果を評価する際には、公正な評価が求められるため、公正かつ客観的な判断を行い、評価の責任を自覚する能力が養われる。学習意欲も向上し、自分の学習に対する意識が高まり、他者のフィードバックを受けると、学習意欲が向上し、持続可能な学習の姿勢も身につけ、生涯にわたって学び続ける力が養われることが実証されている。このように、相互評価を通じて育まれる資質・能力は多岐にわたり、学習者の成長を支える重要な要素となっている。これからも、さらなる研究と実践を通じて、教育の可能性を広げていくことが期待される。

6 ◆ おわりに

日本の教育動向を踏まえ、相互評価の重要性を再認識し、教育現場での実践を進めていくことが求められている。現代の教育が求める資質・能力の育成は、子供たちの未来を見据えた重要な取り組みである。教育現場において、これらの育成を怠ることなく、積極的に取り組むことが求められている。「急がば回れ、ひと手間かけよ」という精神で、質の高い教育を実現したいものである。 ◆

参考文献

- * 後藤顕一(2013)、「高等学校化学実験における自己評価の効果に関する研究—相互評価表を活用して—」、『理科教育学研究』Vol.54, No.1, pp.13-26
- * L.M.Earl, Assessment as Learning(2003),Using Classroom Assessment to Maximize Student Learning,C.A Corwin Press,p.26
- * 北尾倫彦(2006)、『図でわかる教職スキルアップシリーズ3 学びを引き出す学習評価』, 図書文化, pp.74-79
- * 安彦忠彦(1987)、『自己評価』, 図書文化, p.75
- * 東洋(2001)『子どもの能力と教育評価』(第2版), p. ii, 東京大学出版会
- * 田中耕治(2013)、『教育評価と教育実践の課題「評価の時代」を拓く』, 三学出版, p.215
- * 辰野千尋(2006)、『学び方の科学』, 図書文化, 65,pp.5-8
- * 奈須正裕(2014)、『動機づけ心理学から見た理科の学習意欲』, 『理科の教育』Vol.63, No.12, pp.5-8

Ⅲ 小学校の理科授業における相互評価活動を取り入れた考察改善の実践

福岡教育大学附属久留米小学校 教諭

田中 拓哉 / たなか たくや

熊本大学教育学部小学校教員養成課程卒。2013年より柳川市立藤吉小学校に6年間勤務。その後、2019年より現職。主に理科を専門としている。福岡教育大学の伊藤克治教授との共同研究で、小学校の理科授業における相互評価活動の研究及び実践を行っている。



1 研究の背景及び目的

理科の学習では、自然の事物・現象についての問題を、実証性、再現性、客観性などといった条件を検討する手続きを重視しながら解決していくことが求められる。この過程で、児童は、自らの考えを大切にしながらも他者の考えや意見を受け入れ、さまざまな視点から考えを柔軟に見直し、その妥当性を検討する力を身に付けることが大切になる。

研究対象のK小学校の児童を対象にアンケートを行ったところ、「自分で見通しや考察を表現することができるか」については、ほとんどの児童が肯定的に回答した。しかし、「より納得する考えを表現することができているか」については、肯定的回答が若干低下することがわかった。

後藤(2013)は、高等学校の化学実験における考察記述の指導において、相互評価の有効性を報告している。そこで、理科の実験・観察の考察を記述する段階に他者評価(相互評価)を取り入れ、考察の客観性を高める活動を取り入れることにした。これにより、児童がより納得する考えを表現する力の育成を目的とした。

2 研究の実際

(1) 単元計画について

本実践は、K小学校第6学年児童35名を対象に、単元「水よう液の性質」において行った。

以下のとおり全11時間を内容のまとめりに分けた。

さらに、育成する資質・能力の重点化を図り、相互評価活動を無理なく実施できる単元指導計画を立てた(図1)。

配時	主な学習活動(内容)	知・技	思・判・表	態
1	様々な水溶液を観察したり溶けている物を取り出したりして、水溶液の性質を捉える。	○		
2			○	
3	炭酸水に溶けている物を調べる見通しを立てる。			
4	炭酸水に溶けている物を調べ、(気体の)二酸化炭素が溶けている水溶液があることを捉える。	○	◎	
5	リトマス紙を使って液性を調べ、酸性、中性、アルカリ性の水溶液があることを捉える。	○		
6				
7	塩酸に金属片を触れさせたときの様子調べ、金属の様子が変化することがあることを捉える。	○		
8				
9	取り出した物について調べる見通しを立てる。		◎	○
10	取り出した物についてより妥当な考えをつくる。本時		○	◎
11	水溶液の性質や働きをまとめ、学びを確かめる。	○		◎

図1 単元で育成する資質・能力の重点化について

(2) 本時の立場について

前時は「鉄片やアルミニウム片を溶かした塩酸から取り出した物が、元の金属と同じ性質を示すか」について、予想と予想を基にした解決の方法を出し合った。本時は、見通しに沿って実験し、多様な結果を根拠に話し合い、より妥当な考えを表現することができるようにすることをねらいとした。

(3) 本時の実際について ※次ページ上部の写真は実際の板書

導入段階では、前時学習を振り返り、追究する見通しを確かめる活動を位置付けた。【3分】

児童は、前時の板書画像や学習ノートを見返し、自分がどのような予想を立て、どのように実験するか、どこに注目するかを確認し、追究の見通しを明確にした。

展開段階前段では、はじめに見通しに沿って実験し、結果を記録する活動を位置付けた。【12分】

児童は、次の三つの実験方法から、一つあるいは複数を選び、実験のようすを端末に記録しながら実験を行った。

- ①取り出した物に磁石を近付けると、物が磁石に付くかどうかを、元の金属の粉と比べながら調べる。
- ②取り出した物を回路の一部につなぐと、電気を通すかどうかを調べる。



③取り出した物を塩酸に入れると、泡を出しながら溶けるかどうかを、元の金属の粉と比べながら調べる。

実験のようす(図2)や実験結果は以下のとおりである。

磁石に近づける 回路につなぐ 塩酸に入れる



【結果】	磁石に近づける	回路につなぐ	塩酸に入れる
取り出した鉄	引き付けない	電気を通さない	泡を出さない
取り出したアルミニウム	引き付けない	電気を通さない	泡を出さない

図2 実際の実験のようす

次に、結果を全体で交流する活動を位置付けた。【5分】

児童は、友達が行った実験を共有した動画で確かめたり、自分が行った実験を全体で示しながら説明したりした。

結果を全体で交流した後は、共有した結果を基に自分なりの考察を表現する活動を位置付けた。【5分】

児童は、これまでの追究を振り返り、全体で共有した結果を根拠にして考察を表現した。A児は、「塩酸に入れる」と「回路につなぐ」の二つの実験結果を根拠にして、「取り出した鉄やアルミニウムは、(元の金属とは)別の性質になっている」と、自分なりの考察を表現した(図3)。

なお、図3の下部の赤線やコメント、「A」という文字は教師が授業後に書いたものである。

展開段階後段では、はじめにチェックシートを使って友達の考察の妥当性を評価する活動を位置付けた。【8分】

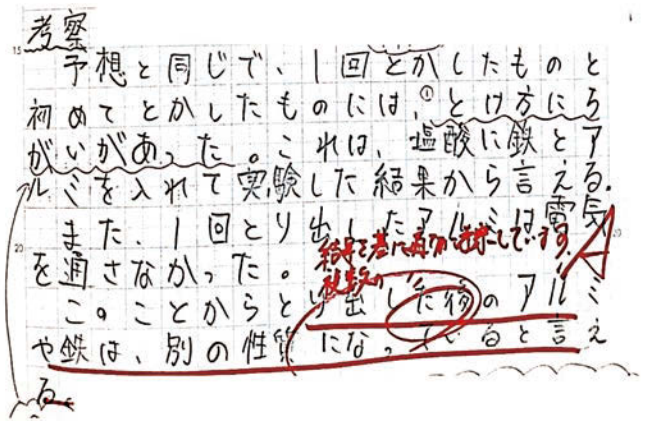


図3 A児がはじめに表現した考察

児童は、端末で共有した友達の考察を閲覧した。そして、図4のようなチェックシートに示された観点に沿って評価(○か△)と助言を書き、相互に送り合った。

【チェックシート】考察 評価をした相手()

観点	【実証性】	【再現性】	【客観性】
	実験で確かめることができているか 実験方法と結果を正しく書くことができているか	実験を何回やっても同じ結果が出ているか	考えに納得できるか 複数の根拠があるか
○, △	○	○	△
助言	・結果が□□だけだったので、■も入れるともっとよいと思います。		

図4 本時で用いたチェックシート

B児は、A児の考察に対して次の評価をした(図5)。

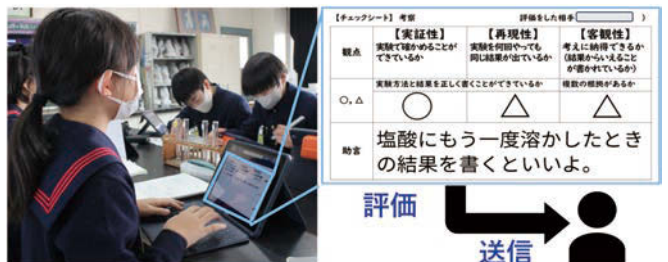


図5 A児の考察を評価するB児

相互評価の後は、友達から送られてきたチェックシートを基に、自分なりの考察を見直す活動を位置付けた。【5分】

児童は、相互評価を通して、自分なりの考察の不十分さに気づき、再度自他の実験結果を確認して考察を修正し、より妥当な考察につくりかえる姿が多く見られた。A児は、B児からの評価を受けて、自分の考察の不十分さに気づいた。

そこで実験を振り返り、一度溶かした鉄やアルミニウムと元の鉄やアルミニウムの粉を塩酸に入れたときの結果を付け足して、より妥当な考察につくり変えた(図6)。

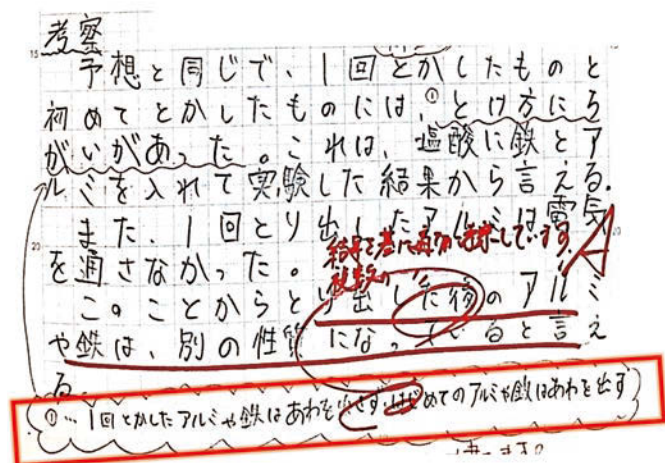


図6 A児がつくり変えた考察

終末段階では、はじめに、相互評価を基に見直した考察を全体で交流する活動を位置付けた。【4分】

児童は、相互評価を基に考察の「どこを」「どのように」つくり変えたのかを明らかにして考察の内容について交流した。A児は、実験結果を指し示しながら、相互評価を通して見直した考察を全体に発表した(図7)。

見直した考察を交流した後は、本時学習をまとめる活動を位置付けた。【3分】

児童は、本時の学習を振り返りながらどのようなことが明らかになったかを話し合い、まとめを表現した(図8)。



図7 考察を説明するA児



図8 学習を振り返る児童

3 研究を振り返って

相互評価を位置付けた授業を、各学年で、ねらいに応じて取り入れた。昨年度は、6年生(2学級)で12回、5年生で5回、3年生で3回行った。

■ 本校の児童の実態 (アンケート結果 上段: 昨年度一学期 下段: 昨年度三学期)

	できる	ややできる	ややできない	できない
友達の結果も入れて、考察することができる ($p = 0.047$)	48%	39%	9%	4%
出し合った考えの中から、より納得する考えを見付けることができる ($p = 0.780$)	59%	32%	9%	0%
友達と考えが違ったとき、納得できるように友達に助言することができる ($p = 0.122$)	58%	36%	4%	2%
	55%	40%	5%	0%
	35%	44%	14%	7%
	37%	48%	14%	1%

図9 児童アンケート結果から

本校児童の課題で述べた際に用いたアンケートと同様のものを昨年度の3学期の中頃にとって分析した(図9)。統計処理は、ウィルコクソンの符号順位検定を行った。まず、「友達の結果も入れて、考察することができる」については、 $p < 0.05$ であり、統計的に有意な上昇が見られた。これは、相互評価を行うに当たり、自他の結果や考察を共有したことが効果として挙げられる。次に、「出し合った考えの中から、より納得する考えを見付けることができる」については、事前の肯定的な回答は94%であり、事後では95%であり、前後ともに高かった。最後に、「友達と考えが違ったとき、納得できるように友達に助言することができる」については、統計的には有意な上昇は見られなかったが、肯定的な回答が79%から85%に増加した。

また、同アンケート項目の中で、「観察や実験がうまくいかなかったときに、原因を考えたり方法を見直したりする」や「思いどおりの結果にならないときも、結果が出るまで諦めずに取り組む」の項目で、統計的に有意な上昇が見られた。この結果から相互評価を位置付けたことは、粘り強く観察、実験に取り組む力を育む上で有効であったと考えられる。

今後も、児童のより納得する考えを表現する力の育成に向けて、相互評価の研究をさらに深化させていきたい。❖

参考文献

後藤顕一(2013)「高等学校化学実験における自己評価の効果に関する研究」『理科教育学研究』Vol.54, No.1, pp.13-26.

Ⅳ 主体的に学習に取り組む態度を見取るための 単元の指導計画の重要性

北海道札幌北陵高等学校 教諭

佐藤 友介 / さとう ゆうすけ

1999年より北海道斜里高等学校、2010年より北海道釧路湖陵高等学校、2016年より北海道帯広南商業高等学校に教諭として勤務。2023年4月より現職。



1 ◆ はじめに

主体的に学習に取り組む態度を見取るためには、生徒が学習に対する自己調整を行いながら、粘り強く知識・技能を獲得したり、思考・判断・表現しようとしていたりしているかどうかという意思的な側面を捉えて評価することが重要である。こうした趣旨に沿った評価が行われるためには、単元や題材を通じたまとまりの中で、生徒が学習の見通しを持つ場面と振り返る場面を相互に関連付けながら適切に位置付けることが必要であるとされている。そのため、主体的に学習に取り組む態度を見取るためには、「見通しをもつ場面」と「振り返りの場面」を、1授業時間だけでなく、単元や単元のまとまりの中にも適切に位置付け、自校の生徒の変容を見取りながら検討し続けることが重要であると考え。

筆者らは、単元の導入に、単元全体の課題を把握するための探究的な学習活動を「単元びらき」として位置付け、さらに、そこで生徒が見出した自然事象に対する気づきや疑問を試行錯誤の中で解決していけるような、単元の核となる探究活動を「単元の指導計画」に適切に位置付けた学習プログラムの開発を行っている。今回は、化学基礎の「(3)物質の変化とその利用」の単元における実践を紹介する。

2 ◆ 単元の構築の視点

単元を構築する際には、次の2点について考慮している。

- ① その単元で大事にして欲しい視点及び考え方について生徒が意識できる学習活動を、探究活動1（単元びら

き）として単元の導入の授業に位置付ける。これまでの学びを確認する「振り返りの場面」と単元で大事にして欲しい視点及び考え方を認識させる「見通しをもつ場面」の両方の側面をもつ。

- ② 単元びらきを踏まえ、見通しと振り返りを繰り返しながら、核となる探究活動を効果的に配置することで、単元を通して生徒の資質・能力を高めることをねらいとする。

生徒が自らの学習を調整しようとする場面を設定するためには、生徒と教員のいずれもが、現状を把握することが大切になる。そのため、中学校での学びなど、これまでの学習を振り返る場面が必要となる。「単元びらき」においては、振り返るだけでなく、これからの学習で新たに、学んでいく上で大事にして欲しい視点や考え方を、気づきや疑問の形で共有できるようにしておく。生徒それぞれが、気づきや疑問を持つことは自然なことであり、以降の学習でそれらを解決したいと思わせることが生徒の学習に対するモチベーションを高めることになる。このことは、単元を通して、生徒が主体的にかつ安心して学んでいく上で重要なことであると考え。

また、主体的に学習に取り組む態度の評価には「知識及び技能を獲得したり、思考力、判断力、表現力等を身に付けたりすることに向けた粘り強い取り組みを行おうとしている側面」と、「粘り強い取り組みの中で、自らの学習を調整しようとする側面」の2つの側面を評価することが求められる。単元計画を検討することは、後述の自らの学習を調整しようとする側面について、本時だけでなく、単元という、まとまった期間で生徒の変容を見取る必要がある。

3 化学基礎での実践

ここでは化学基礎での「物質と化学反応式」の単元における授業実践について紹介する。

単元の指導計画は、次のように設定した。

化学基礎 (3)物質の変化とその利用 (ア) 物質と化学反応式

時間	内容	評価の観点
1~2	相対質量、原子量・分子量・式量について	知・技
3	【探究活動1】同じ質量パーセント濃度の酸と塩基の反応(単元びらき)	思・判・表
4	物質、溶液の濃度について	知・技
5	物質のまとめ	知・技
6	同じ質量パーセント濃度の酸と塩基の反応の振り返り	主体的態度
7~8	【探究活動2】炭酸水素ナトリウムの熱分解(物質から量的関係へ) 化学反応の量的関係について	思・判・表
9	【探究活動3】過不足のある化学反応の量的関係	主体的態度
10	化学反応式と量的関係のまとめ	主体的態度

*色付けされている時間が本稿で取り上げた授業となる。また、黄色で色付けされている探究活動1が「単元びらき」、探究活動2および3が「核となる探究活動」となる。

(1) 単元の指導計画構築のポイント

物質は高校で初めて学ぶ概念である。化学反応の量的関係を考えるとき、中学校までは主に質量で考えるが、高校では粒子の数で考える物質の視点への転換が求められる。そこで、探究活動を通して質量から粒子の数への視点の転換を図り、化学反応の量的関係の学びが円滑に行われることをねらいとする単元の指導計画を検討した。

(2) 単元の展開

①3時間目【探究活動1】物質の「単元びらき」

<学習課題> 1%の酸と1%の塩基(アルカリ)の混合(以下の水溶液はすべて1mL=1gとして考える)
実験1:1%の水酸化ナトリウム水溶液NaOHaq 100mLにBTB溶液を1滴加えたのち1%の塩酸HCl 100mLを加える。溶液の色は何色から何色に変化したか。
実験2:1%の水酸化ナトリウム水溶液NaOHaq 100mLにBTB溶液を1滴加えたのち1%の硝酸HNO₃ 100mLを加える。溶液の色は何色から何色に変化したか。

「同じ質量パーセント濃度で同じ体積の酸と塩基がちょうど中和するのか」という問いを立てた。実験結果を予想する段階では、多くの生徒が、aのように、中学で学習した中和反応の粒子モデルから、「ちょうど中和して中性になる」と予想する

- a 水酸化ナトリウム水溶液のOH⁻と塩酸のH⁺がくっついてH₂Oができて中性になるから。
- b (分子量、式量の) 軽い方の色になる。
- c 質量は同じでも、その水溶液の種類によってひとつひとつの粒子の質量が異なっていて、数も変わるのかなと思った。

実態がある。予想と反して完全に中和せず、中性にならない結果となる「課題の把握」を設定した。

実験結果を踏まえて試行錯誤しながら、bのように、化学基礎の学びである分子量や式量の学習を振り返り、規則性を考えた生徒がいた。また、cのように、粒子の数に着目する記述もみられ、「反応の量的関係を考えるときは、粒子の数すなわち物質で考える」という意識付けをすることができた。このように「単元びらき」では、自然事象と出会わせることで知的好奇心を喚起し、課題の把握とこれからの学習に対して主体的に関わることを促すことができる。本時においてはワークシートを用いて、化学反応の量的関係を粒子の視点で説明しているかどうかを記録に残す評価とした。

②【6時間目】物質の振り返り

①の単元びらきを踏まえ、物質の粒子の数を扱う新しい概念としての物質の学習を進めた。本時では、これまでの学習内容を振り返りながら、もう一度、「1%の酸と1%の塩基を同体積混合するとどうなるか」という問いについて考察する学習課題を設定した。多くの生徒はすぐに溶質粒子の物質を求め、その値を比較することで実験結果を考察していた。本時では記録に残す評価は実施していないが、生徒が、新しく獲得した概念を活用しながら、単元びらきで観察した事象を説明しようとするようすを見取ることができた。

③7~8時間目【探究活動2】化学反応の量的関係

<学習課題> 炭酸水素ナトリウムの熱分解
4.2 gのNaHCO₃を十分加熱すると、炭酸ナトリウムNa₂CO₃は何g生成するか。

単元の後半では、反応の量的関係は質量ではなく、物質(粒子の数)で考えることを繰り返し意識させることをねらいとしている。本時では、質量から粒子の数への視点の転換の有用性に気づかせるよう、炭酸水素ナトリウムNaHCO₃の熱分解を題材に、探究の過程を踏まえた学習活動を行った。

課題に対する、生徒の記述を見ると

係数が炭酸水素ナトリウム:炭酸ナトリウム=2:1だから4.2 gの半分の2.1 gになる。

という記述がほとんどであった。しかし、その直後に行った実験ではすべての班で2.6~2.7 gという、自分達の予想と異なる結果であり、困惑したようすを見せていた。探究活動1で行った1%の酸と塩基の反応における物質(粒子の数)

の視点を共有すると、生徒から「質量ではなく、粒子の数で考えた」という声が上がリ、そのタイミングで「粒子の数は物質質量という概念で考えるのだったよね」と促すと、生徒は量的関係を物質質量で考え始め、より適切な見通しを得て、実験結果との一致を確認することができた。

本時においてはワークシートを用いて、化学反応式の係数の比が、物質質量の比であることを見いだして表現しているかどうかを記録に残す評価とした。探究活動1と同じように、既習事項を意識することで、他者との関わりの中から、生徒が科学的な方法に主体的に取り組むようすを見取ることができた。生徒の記述には次のようなものがあった。

反応をみるときは「質量ではなく粒子の数＝molでみる」ということを思い出すことができたので、思い出しからはスラスラ進めることができた。今までやってきたことが身に付いているなど感じることもできた。

④9時間目【探究活動3】過不足のある化学反応の量的関係

<学習課題> 炭酸水素ナトリウムと塩酸の反応
1.0 mol/Lの塩酸30 mLに炭酸水素ナトリウムを1.0 g刻みで1.0 g～4.0 g加えたときに生成する二酸化炭素の質量をグラフで表してみよう。

炭酸水素ナトリウムの質量から、生成する二酸化炭素の質量を予想し、多くの生徒は比例関係で二酸化炭素の質量が増え続けていくという見通しを立てた。次に、実験結果を分析解釈しながら、なぜ異なる結果になったかを考察した。

自分の予想、二酸化炭素の生成量のグラフ、反応後のビーカーに溶け残りがあるかどうかなど、既習事項を活用し、生徒は試行錯誤しながら説明しようとしていた。

また、追加の課題として、1.0 mol/Lの塩酸30 mLと過不足なく反応する炭酸水素ナトリウムの質量と、そのときに発生する二酸化炭素の質量を求める課題を提示した。2つの課題を比較検討し、再度自分たちが作成したグラフを見直すことによって、過不足のある化学反応について理解しようとしていた。生徒の記述には次のようなものがあった。

実際に実験したり、質量や物質質量から求めたりして、反応する量に限りがあることが改めてわかりました。炭酸水素ナトリウムが残ったり、すべて溶けたりし、その結果がどうしてそうなるのかを物質質量の計算で求めることができるということがすごいと感じた。

本時においてはワークシートを用いて、過不足のある化学反応の量的関係について、2つの物質の物質質量の関係に注目して説明しようとしているかを記録に残す評価とした。

⑤単元を通して

本単元は、物質の変化を定量的に追いかけていながら、実体的な視点（粒子の視点）による概念形成を促す単元である。質量から物質質量へと視点を移行させていく重要な転換点でもあることから、これまでの学びと、これからの学びをつなぐ視点を丁寧に往還しながら、生徒がどのように変容していくかを見取っていくことが重要な単元であると感じている。

4 ◆ まとめ

主体的に学習に取り組む態度の充実を図るためには、探究的な学習活動を通じて、何が獲得され、何がわかるようになったかを生徒に自覚させながら、見通す場面と振り返る場面を単元の指導計画に適切に位置付けながら繰り返し生徒に実感させることが必要である。また、生徒の「次の学びへの意欲を向上させる」ためには、教師が単元全体の見通しを持つことが重要であると考えられる。

本実践では、これまでの経験に基づく素朴概念と、生徒が新たに獲得しつつある高度な概念とを往還させながら、生徒が「以前も同じように考えた」という場面を繰り返し配置することで、より実感を伴った概念形成につなげることができた。また、同時に教師が生徒の学習状況を把握し、どのような点で生徒が困っているのかなどを把握することで、授業の改善につなげることができた。

このことから、単元びらきを「道しるべ」とし、探究活動を核として生徒の納得を促す、単元の指導計画の不断の見直しをこれからも続けていきたい。

参考・引用文献

- * 国立教育政策研究所(2021):『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 高等学校理科』
- * 後藤顕一・藤枝秀樹・野内頼一・佐藤大・伊藤克治・真井克子「探究型高校理科365日 化学基礎編」化学同人(2024)
- * 野内頼一 他(2024)「高等学校における単元の指導計画の構築に向けて—単元の指導計画を構築する際の着眼点の適用—」『日本理科教育学会全国大会論文集第22号』, p.288

受賞作品の発表



一般財団法人 理数教育研究所では、児童・生徒が日常生活や学校での学習などから興味をもった事象を、算数・数学的な見方・考え方を活用して主体的に探究していく姿勢を培うために、2013年度から塩野直道記念「算数・数学の自由研究」作品コンクールを開催しています。今回は第12回となります。

塩野直道記念 第12回「算数・数学の自由研究」作品コンクールには、全国の小学生、中学生、高校生の皆さんから合わせて15,570件の作品が届きました。海外からも7件の応募をいただきました。ありがとうございました。

作品は各地域で選考後、中央審査委員会で最終審査を行い、p.15～17のとおり受賞者が決定しました。

●塩野直道賞 顕彰委員会

- 吉川 弘之 東京大学名誉教授 / Rimse 名誉理事
- 岡本 和夫 東京大学名誉教授 / Rimse 理事長
- 工藤 壽和 公益社団法人 全国珠算教育連盟理事長
- [特別顧問]
- 塩野 宏 東京大学名誉教授

中央審査委員

委員長	根上 生也	横浜国立大学 名誉教授
委員	伊藤 由佳理	東京大学 教授
	銀島 文	国立教育政策研究所 生涯学習政策研究部 部長
	桜井 進	サイエンスナビゲーター®
	中島 さち子	(株) steAm代表取締役, 音楽家 / STEAM教育者
	西村 圭一	東京学芸大学 教授
	藤田 岳彦	中央大学 教授 / 一橋大学 名誉教授
	吉川 成夫	國學院大学 教授
	渡辺 美智子	立正大学 教授

(五十音順)

- 主催：一般財団法人 理数教育研究所
- 協賛：株式会社 学研ホールディングス
- 公益財団法人 日本数学検定協会
- 株式会社 新学社
- 後援：文部科学省
- 国立教育政策研究所
- 読売新聞社
- 公益財団法人 文字・活字文化推進機構
- 公益社団法人 全国珠算教育連盟



中央審査委員会 (2024年11月24日, 東京・東大前 HIRAKU GATE)

<受賞者一覧> 第12回「算数・数学の自由研究」作品コンクール



塩野直道賞
小学校低学年の部

私の学習相対性理論

宮城県 宮城教育大学附属小学校 3年 岡本 千歳

塩野直道賞
小学校高学年の部

最近の音楽が同じように聞こえる謎を算数で説明！

兵庫県 神戸大学附属小学校 4年 神谷 幸佑

塩野直道賞
中学校の部

「私たちは、あとどれくらいで大人？」 標本データを利用した2群の差の検定

兵庫県 賢明女子学院中学校 3年 野中 麻央

塩野直道賞
高等学校の部

景気の波は関数だ!!

神奈川県 桐蔭学園中等教育学校 6年 吉村 隆志, 朝倉 匠, 河上 怜奈, 長谷井 遼太郎

文部科学大臣賞

～西宮市の周囲長を測定しよう～

大阪府 大阪教育大学附属池田中学校 2年 岸岡 友陽

Rimse 理事長賞

三次元空間における点集合の最小包囲球の必要十分条件と鈍角の三次元への拡張

東京都 東京学芸大学附属高等学校 2年 本多 剛欣



読売新聞社賞

ランダムトーナメント制度の確率論的アプローチ 特に公平性, 平等性の観点から

東京都 東京都立日比谷高等学校 1年 長嶋 日向, 竹尾 美咲

学研賞

私はお母さんに？ お父さんに？

海外 ジュネーブ日本語補習学校 2年 福壽 乃映実

日本数学検定協会賞

じゃんけんのルールを変えてより面白くする

秋田県 秋田県立秋田南高等学校中等部 3年 大宮 周, 白坂 柚葵, 菅原 琉也

新学社

色々な食品の価格のばらつき

京都府 京都聖母学院小学校 4年 長山 深音



中央審査委員
特別賞

お母さんが作ったバックはちぢんだのか

長崎県 長崎大学教育学部附属小学校 1年 谷崎 結音

中央審査委員
特別賞

サッカーのコーチングの意味を考えよう！

東京都 暁星小学校 4年 吉野 議慶

中央審査委員
特別賞

ジュースを同じ量ずつ分ける道具を作る

奈良県 奈良学園小学校 5年 江川 梨紗

中央審査委員
特別賞

k- ナッチ数列を群数列ととらえたときの一般項の考察

鹿児島県 鹿児島大学教育学部附属中学校 3年 山本 創士

👑 奨励賞

中央審査委員奨励賞 小学校低学年の部

作品タイトル	学校名	学年	受賞者氏名
にんじんを2ぶんの1にきるほうほう	茨城県 虹色学園つくば市立研究学園小学校	1	伊形 慧介
マッチぼうのひっしょうほう	東京都 学習院初等科	2	加藤 慶悟
きみはどこから来たの？ －夏のやさいのたび－	京都府 京都聖母学院小学校	2	笠井 律希
丸い棒を最短でまとめるにはどれくらいの リボンがいるの？	京都府 京都聖母学院小学校	3	中嶋 莉愛
3つの楽器を作って音階を比で比べよう！	京都府 長岡京市立長岡第九小学校	2	山崎 巧翔
けいぼうきがなってからわたる人をへらそう！ －もっと安全なぼくらのまちへ－	京都府 洛南高等学校附属小学校	1	松岡 蒼大
算数を使って、自動演奏木琴を作ってみよう！	大阪府 追手門学院小学校	3	格谷 瑛一郎
ファジアーノ岡山の前半戦にかんする研究	岡山県 岡山市立宇野小学校	1	伊藤 海理
持っただけで重さがわかりたい！	島根県 松江市立母衣小学校	2	下村 凧咲
スピード vs 色のひみつ！ ～2色ゴマの色がよりまざって見えるのは？～	熊本県 熊本市立画図小学校	2	山内 道

中央審査委員奨励賞 小学校高学年の部

作品タイトル	学校名	学年	受賞者氏名
連続二重とびをとびたい!! －縄跳びを算数で考える－	北海道 名寄市立名寄小学校	5	先川 柚乃
虹の水平移動の謎	宮城県 宮城教育大学附属小学校	6	岡本 壺佳
野球の塁の数が▽だったら	千葉県 成田市立加良部小学校	4	大沼 頼弘
バレエのジャンプで静かに着地できる方法を見つかる	東京都 千代田区立麹町小学校	6	赤松 佑紀
令和の大発明！新しいトランプゲームを考えた！ 名付けて…「ダイヤのセブンはラッキーカード！」 「対称の後ろは頭の体操（タイショウ?!）」	東京都 立教小学校	6	齋藤 幹太
清少納言はミーハーだったのか？	福井県 福井大学教育学部附属義務教育学校 前期課程	6	八木 朔太郎
映画の登場人物の感情に合わせたカットの 切りかわり方	奈良県 王寺町立王寺北義務教育学校	5	浅井 結星
「はやぶさをたくさん跳ぶには」	島根県 松江市立法吉小学校	6	新宮 あや
円を二次元から三次元まで発展させる。	福岡県 北九州市立田野浦小学校	6	田村 悠
クライミングのコースを数学的に読む！	海外 ジュネーブ日本語補習学校	5	村中 アーネスト

中央審査委員奨励賞 中学校の部

作品タイトル	学校名	学年	受賞者氏名
寝ぞうがいいのはどっちだ!?	埼玉県 埼玉県立伊奈学園中学校	3	鈴木 ここみ
活躍できるゴールキーパーの方程式 ～シュートストップの可能性が高まる条件～	東京都 武蔵高等学校中学校	1	奥野 龍丞
匂いってなんだろう?	愛知県 愛知教育大学附属名古屋中学校	1	藤本 希望
計算してチン!	兵庫県 姫路市立白鷺小中学校	7	出口 晴梨
折り紙による 90° の等分方法を考えよう	奈良県 奈良教育大学附属中学校	3	森 智哉
「MY HOUSE 沸騰化」 涼を求めて部屋の快適化に挑戦!	奈良県 奈良女子大学附属中等教育学校	3	北村 優季
みんなが助かるための避難所は?	島根県 島根大学教育学部附属義務教育学校 後期課程	7	青山 和
日の出の時間とその他の条件の関係	岡山県 岡山大学教育学部附属中学校	3	久澄 大晴
そのトランプ、本当に混ざってますか?	岡山県 岡山大学教育学部附属中学校	3	松浦 愛
自転車のタイヤに空気を入れよう!	香川県 香川大学教育学部附属高松中学校	3	黒田 奈々華

中央審査委員奨励賞 高等学校の部

作品タイトル	学校名	学年	受賞者氏名
パロンドのパラドックス	東京都 東京都立小石川中等教育学校	5	高井良 紘斗
内部正多角形の辺と対角線の長さの平方和について	東京都 東京都立立川高等学校	3	岡崎 優太
Fibonacci 数列の代数学的一般化とその諸性質	東京都 武蔵高等学校	1	村上 遼
メルセンヌ数の拡張とその素因数	福井県 福井県立武生高等学校	2	吉崎 琥珀
二次曲線上の 3 点を頂点とする三角形の心の性質 - 2018 年度 Rimse 理事長賞受賞作品の発展 -	愛知県 愛知県立一宮高等学校	3	阿部 叶弥
平方剰余の個数について	愛知県 愛知県立瑞陵高等学校	1	柴田 鳳雅
Jeřmanowicz 予想の部分的解決	三重県 三重高等学校	3	栢谷 一輝
源氏香の香木の組み合わせ数に関する一考察	兵庫県 神戸女学院高等学部	2	佐々木 悠, 勝田 凜, 稲岡 佑莉
ゲームの対戦表と組合せ論	岡山県 岡山県立岡山操山高等学校	3	白濱 洛伊
コラッツ予想の一般化	宮崎県 国立都城工業高等専門学校	3	増森 涼太

全応募作品の中から、最優秀賞、優秀賞、特別賞、奨励賞の受賞者のほか、下記の方々の作品が地区審査から中央審査委員会の最終審査に推薦されました。

小学校低学年の部

学校名		学年	氏名
東京都	白百合学園小学校	2	榮 瑛真
		3	松井 葵依奈
愛知県	東海市立加木屋南小学校	1	森田 統也
滋賀県	滋賀大学教育学部附属小学校	3	吉田 悠孝
京都府	京都聖母学院小学校	1	ガミアオ 蓮奈
		1	松本 みやび
		2	高木 舞
		2	盛永 茉凜
		3	池田 圭佑
		3	藤岡 悠希
	3	牧野 佑香	
	同志社小学校	2	子安 麗加
大阪府	追手門学院小学校	3	東井 宏樹
	四天王寺小学校	1	若田 愛子
		2	齊藤 亮平
兵庫県	神戸大学附属小学校	1	黒田 開仁
		2	齊藤 敦也
	仁川学院小学校	3	多田 光玲衣
		3	濱本 貴世人
福岡県	福岡教育大学附属小倉小学校	3	花岡 律
長崎県	長崎大学教育学部附属小学校	3	堀内 柚花
熊本県	熊本大学教育学部附属小学校	3	岡井 智亮

小学校高学年の部

学校名		学年	氏名
東京都	白百合学園小学校	5	西岡 美琴
	千代田区立九段小学校	4	竹内 佐保
	東京都市大学付属小学校	6	田口 直彦
	立教小学校	5	田中 遥樹
		6	阿部 優翔
福井県	福井大学教育学部附属義務教育学校 前期課程	6	片山 ひなた
愛知県	刈谷市立平成小学校	6	荻山 穂高
京都府	京都教育大学附属桃山小学校	6	小野田 祝
		4	入江 紗恵良
		4	中本 宙
		4	西村 千紗
		4	淵山 幸一
		5	二村 紫文
	6	詫摩 未彩	
同志社小学校	4	中川 暉人	
大阪府	追手門学院小学校	5	格谷 さくら
兵庫県	小林聖心女子学院小学校	6	高雄 櫻子
	神戸大学附属小学校	4	安藤 花純
	仁川学院小学校	5	城内 哲

奈良県	王寺町立王寺北義務教育学校	5	内村 一心
		5	清水 真舜
		5	豊谷 羽雲
	王寺町立王寺南義務教育学校	6	有留 蓮司
		6	田中 みらい
		6	松井 佳穂
		6	渡邊 理陽斗
佐賀県	佐賀大学教育学部附属小学校	6	星野 稜一朗
長崎県	長崎市立鳴見台小学校	4	松尾 紗希
	長崎大学教育学部附属小学校	6	木村 百花
熊本県	熊本大学教育学部附属小学校	5	安 美馨
		6	古閑 麗
	人吉市立人吉東小学校	5	本山 奈々楓

中学校の部

学校名		学年	氏名
北海道	札幌日本大学中学校	1	大川 遥輝
	北海道教育大学附属札幌中学校	3	伊藤 遼
山形県	山形県立東桜学館中学校	2	斎藤 唯花
茨城県	つくば市立谷田部東中学校	1	須田 まひな
栃木県	下野市立南河内第二中学校	3	齊藤 愛
埼玉県	埼玉県立伊奈学園中学校	3	根岸 舞
	草加市立草加中学校	3	横山 明音
東京都	世田谷学園中学校	1	紙屋 優
	三鷹市立第二中学校	1	手塚 蒼晴
神奈川県	横浜市立横浜サイエンスフロンティア高等学校附属中学校	1	清水 大和
新潟県	新潟第一中学校	2	木場 太陽
福井県	福井大学教育学部附属義務教育学校	7	石黒 香音
		8	坪川 心優、 松浦 早希、 若林 稟、 山口 優香
		9	高村 樹輝
長野県	信州大学教育学部附属長野中学校	1	傳田 珠久
		1	皆川 恵
		1	山崎 加恵
		2	柳澤 琉奏
愛知県	愛知教育大学附属岡崎中学校	2	鈴木 理仁
		2	宮崎 桃花
		3	安部 瑛斗
	愛知教育大学附属名古屋中学校	1	丹羽 悠理子
		2	荒木 萌友
北名古屋市立師勝中学校	2	堤 阿理沙	
		2	森田 航太郎

愛知県	椋山女学園中学校	1	田中 あんり
		1	平林 希佳
		1	水野 滯花
京都府	京都市立西京高等学校附属中学校	2	中山 詩愛莉
		2	猪田 智広
		2	黒木 紗良
大阪府	大阪教育大学附属池田中学校	2	後藤 花音
		2	木村 岳人
		2	下野 哲寛
	枚方市立枚方中学校	2	松下 市
		2	陰山 千智
		3	小川 茉奈
兵庫県	小林聖心女子学院中学校	2	小野 果乃
	賢明女子学院中学校	1	伊藤 咲季
		1	高瀬 希子
		2	中村 萌叶
神戸大学附属中等教育学校	3	山田 倫加	
奈良県	奈良教育大学附属中学校	1	工藤 真由佳
	奈良女子大学附属中等教育学校	2	藤本 悠吾
		3	明石 龍太郎
		3	中村 凜
和歌山県	開智中学校	3	的場 愛莉
		1	金子 優芽
	和歌山県立桐蔭中学校	2	山本 越己
3		橋本 七穂	
鳥取県	鳥取大学附属中学校	3	葭矢 翔太
		2	武森 光希
岡山県	岡山大学教育学部附属中学校	2	井上 遼太郎
		3	太田 翔琉
		3	平 丈太郎
広島県	広島大学附属東雲中学校	1	西本 充希
		1	長谷川 文乃
徳島県	徳島市加茂名中学校	2	松尾 理志
		3	植村 百花
香川県	香川大学教育学部附属高松中学校	3	三森 玲華
		3	三森 玲華
福岡県	九州国際大学附属中学校	1	栗山 涼樹
	福岡教育大学附属福岡中学校	1	本多 愛梨
	福岡県立嘉穂高等学校附属中学校	1	梅田 彩音
佐賀県	佐賀大学教育学部附属中学校	2	明石 桔京
		2	小野原 和子
		2	久布白 佳苗
		3	副島 睦生

熊本県	天草市立栖本中学校	2	末松 諄大, 塚原 一稀
	熊本大学教育学部附属中学校	3	園田 唯衣
大分県	大分大学教育学部附属中学校	3	竹村 慶一朗
		1	植木 凜穂
		3	中川 美羽
宮崎県	宮崎県立宮崎西高等学校附属中学校	3	野上 桜
		1	津山 環
		2	稲葉 結海
		2	押川 未来
		2	河野 菜月
		2	高山 愛
		3	八幡 泉邑
		3	横山 恵都
		3	横山 恵都
鹿児島県	鹿児島市立鹿児島玉龍中学校	3	竹ノ下 さくら
	鹿児島大学教育学部附属中学校	1	帖佐 実怜
		2	小園 彩絢
		2	橋口 愛翔
		2	廣本 絢音
		2	松元 優奈
		2	米澤 伶香
		3	上野 舞子
		2	米澤 伶香
		3	上野 舞子

高等学校の部

	学校名	学年	氏名
茨城県	角川ドワンゴ学園 S 高等学校	2	丸山 優佳
東京都	海城高等学校	1	溝渕 正人
愛知県	愛知県立半田高等学校	2	亀井 ゆとり
	椋山女学園高等学校	1	藤丸 由奈
		1	森 晴妃
		3	秋山 望奈
京都府	京都府立嵯峨野高等学校	3	山田 優紗
	ノートルダム女学院高等学校	1	西 豊嗣
	堀川高等学校	1	西澤 愛
兵庫県	神戸大学附属中等教育学校	3	望月 大治郎
長崎県	長崎県立長崎北陽台高等学校	4	持田 理乃
		1	石崎 真依
沖縄県	沖縄尚学高等学校	1	宮原 優介
		2	橋元 南緒
		3	吉岡 仁瑚

審査を終えて —中央審査委員からのメッセージ—



根上委員長

今回も「自由研究」が活発に行われたようで、たいへんうれしく思います。実際、応募総数は15,570作品と、前回とほぼ同数でした。また、レポートのまとめ方が年々うまくなっているようです。それ自体はとてもよいことなのですが、思わず「これは!」と審査員のみなさんが叫んでしまいそうな作品が少なくなっているように感じます。例えば、統計を使った作品の中にはスポーツを扱っているものが多いのですが、ただデータを集めただけで、その結果が何を意味しているのかまで踏み込んでいる作品が少ないように思いました。さらに、これは理科の作品ではないかと疑問を感じる作品もあります。統計を使うだけでは算数・数学の研究ではありません。過去の受賞作品を見てもらえばわかることですが、当初は理科のように思える問題が算数・数学に化けないと受賞はしませんよ。とは言え、時代を感じさせてくれる作品も少なくありません。例えば、プログラミングやAIを活用している作品がいくつかありました。当然のことですが、AIが教えてくれたことがその研究の結論になっていたのでは意味がありません。AIと仲良くつきあうことで体験できる新しい世界を見せてくれる作品を歓迎します。



伊藤委員

今回も応募者の皆さんのさまざまな作品に触れて、感動しました。小学生は身近に見つけた問題について、一生懸命に取り組んでいましたね。中学生は、数学的な研究に取り組んだ作品がたくさんありました。また高校生はより進んだ数学を用いた作品や自分で新しく考えたゲームなど、種類も豊富で、審査もとても楽しめました。このコンクールでは、難しい数学を使うことよりも、身の回りにある疑問を算数や数学を使って考えることを目的にしています。「なぜだろう」「どうなっているんだろう」など、ふと思った疑問を算数や数学で考えると、大人でも気がつかないような大発見ができることもあります。次回もどんな作品が出来上がるか楽しみにしています。



銀島委員

今回もたくさんの児童生徒の皆さんからすばらしい作品が届きました。惜しくも受賞を逃した作品も力作ばかりでした。最先端の科学技術に通じる研究もあり、プロフェッショナルな研究者の姿を見ているようでした。また、現在のルールを変えて考察した研究や、当たり前とされていることに数学的にアプローチした研究もあり、皆さんの発想の豊かさにも触れることができ、私たち審査員にも刺激を与えていただきました。ねばり強く考えたり、丁寧にレポートを作成したりすることの大切さも再確認できたように思います。

これからも、皆さんの「不思議だな」を大切にして、研究を続けていただきたいと思います。感染症や戦争、気候問題など、世界ではいろいろな難題がありますが、きっと、皆さんの研究意欲と探究心が問題の解決につながります。



桜井委員

過去に中学生が取り組んできたテーマを小学生でも取り上げるようになってきたことに驚きました。それも小学校低学年です。例えば、音楽、スポーツ、交通といったテーマです。また、過去の受賞作品や書籍に載っていることに対して、自分で実際に確かめてみた作品もありました。レポートの仕上がりもレベルアップしています。研究の初めから終わりまですべてを自分だけで行うのが算数・数学のチャレンジです。すべての過程を自由に行うことができるのが算数・数学の自由研究作品コンクールです。過去の受賞作品を参考にしながらも自由にテーマを選び、算数・数学にチャレンジする人が増えてくれることを期待しています。



中島委員

今回も非常に楽しく審査を終えました。AIが台頭する激動の時代の中、人間には、より自由で創造的な、物事の本質を問い直す力、多角的な視点を持つことが求められています。時には大人になるにつれ、無意識のうちにさまざまな先入観や分断が生まれていきます。算数・数学の力により、物事の本質に気づく情緒を育み、自由な目を開いてほしい。本自由研究では、算数・数学の力で、自由に、多彩に、創造的に物事をとらえる皆の溢れる発想にいつも感動しています。私は、間もなく開催される大阪・関西万博にも関わっていますが、万博では「いのち輝く未来社会のデザイン」をテーマに世界中の多様な方々が集い、五感の対話を繰り広げます。世界平和のためにも算数・数学の力が大切です。皆さんの益々の探究の旅路を応援しています！



西村委員

初めて「算数・数学の自由研究」の審査員を務める機会をいただき、大変感慨深い経験となりました。応募された作品には、子供たちの探究心や好奇心が随所に感じられ、その研究を進めている一人ひとりの姿を想像しながら審査に臨みました。それぞれの研究に込められた「なぜ？」という問いと、それを解き明かそうとする真摯な努力の軌跡に触れ、審査員としても心がわくわくするひとときでした。特に印象的だったのは、素朴な問いに対して独創的な視点を取り入れた研究です。日常の何気ない疑問を数学的に掘り下げ、新たな切り口で考察する姿勢には思わず感心させられました。

一方で、学校の授業中に芽生えた素朴な疑問や、授業で考えた問題の条件を変えるなど、学んだ内容を出発点にし、広げていくプロセスがしっかりと伝わる研究もさらに増えると素晴らしいと感じました。このような研究は、算数・数学の本質に迫り、学びを深める上で非常に重要です。

子供たちの豊かな好奇心がこれからも広がり、さらに魅力的な研究が生まれることを心から願っています。



藤田委員

いつものように高校の自由研究を審査しました。レベルの高い作品も多くあり、今回も選考に悩みましたが、充分楽しんで審査できました。大学数学の知識が必要なもの、高校生らしく読んだ数学本の一部を一般化しようとしたもの、現実

社会からの問題を定式化しデータ分析しようとしたもの、などさまざまな作品がありました。やはり、高校の部の自由研究も、「数学と社会や他科学との関わり」と「数学そのものの研究」（もちろん同時にその二つの観点が含まれていると嬉しいが…）の二つのタイプの作品が揃っていると良いですね。



吉川委員

今回も「算数・数学の自由研究」作品コンクールには、全国からたくさんの方の作品の応募がありました。多くの小・中学生、高校生が楽しんで算数・数学を考え、レポートにまとめる活動に取り組んでいることをうれしく思います。研究テーマの選び方として、小学生の作品全体を見てみると、自分が行うスポーツに関するもの、文学や音楽、映画など文化

についてのもの、身の回りの生活や社会での出来事とらえるもの、自然現象の面白さや不思議さに注目するものなどさまざまでした。自分で詳しく調べ、時間をかけて整理し研究を進める活動は立派です。調べて整理した上で、そこにどんな算数・数学の意味があるかを述べている作品はとくに高い評価を集めたように思います。



渡辺委員

中学生の部における中央審査では、多くの創意工夫が光る作品に触れ、生徒の皆さんの探究心に感銘を受けました。今回は、数学の中でもORや統計学を用い、現実社会の課題に対して合理的な意思決定を考察する作品が印象的でした。理科や地理、ゲーム、社会など他分野と数学とを結び付けた学際的な研究への発展も期待されます。ただし、数学の応用には「抽象理論を現実に落とし込む難しさ」や「データの不完全性」といった課題が伴います。それでも、これらの壁に挑戦する姿勢が多く作品から感じられました。次回は、さらに身近なテーマを深く掘り下げ、理論と現実の橋渡しを試みる研究や社会的視点を取り入れた作品が増えることを期待しています。自由な発想で挑戦を楽しみ、成果を発表してください！

表彰の集い

優秀作品の受賞者を招いて、2023年12月15日に東京・アルカディア市ヶ谷にて表彰の集い(表彰式・作品発表)を開催しました。



最優秀賞・優秀賞・特別賞 - 受賞作品の紹介と講評

塩野直道賞

小学校低学年の部

私の学習相対性理論

宮城県 宮城教育大学附属小学校 3年 岡本 千歳



全5ページ

9111

私の学習相対性理論

宮城教育大学附属小学校 3年 岡本 千歳

1. 研究のきっかけ
学校の図書室でアインシュタインの伝記を読み、その本にアインシュタインの「相対性理論」に興味を持ち、インターネットで調べた。わかりやすく説明がされていて、面白い時間があった。間にも感じるけど、つらいことや何回も、時間が長く感じることも書いてあった。私は勉強をしているときに、初めに感じる感じが分かるので、私の学習相対性理論を考えてみた。と思った。

2. 研究の方法や内容
(1) 1ヶ月の勉強記録をつける
(2) 気持ちの分類を定める
(3) 勉強記録と気持ちの分類の表をまとめる
(4) 50分、1時間かかった時間をまとめる

3. 研究の結果
(1) 記録のつけ方、新しい50分勉強記録のつけ方について、勉強記録のつけ方に「ポジティブ」として「楽しい」、「うれしい」、「気持ちよく」、「気持ちよく」、「気持ちよく」を記入する。また、勉強記録のつけ方に「ネガティブ」として「つまらない」、「疲れた」、「嫌いだ」、「嫌いだ」を記入する。

(2) 気持ちの分類の方法
勉強記録したときの気持ちを「ポジティブ」と「ネガティブ」に分けて、表1に記入した。また、2種類の気持ちの分類を、

ポジティブA	ネガティブA
楽しかった・良かった・うれしい・かたがた・かたがた	つまらない・嫌いだ・疲れた・嫌いだ・嫌いだ・嫌いだ

勉強記録したときの気持ちを「ポジティブ」と「ネガティブ」の2種類に分け、気持ちの分類のつけ方、新しい50分勉強記録のつけ方について、勉強記録のつけ方に「ポジティブ」として「楽しい」、「うれしい」、「気持ちよく」、「気持ちよく」、「気持ちよく」を記入する。また、勉強記録のつけ方に「ネガティブ」として「つまらない」、「疲れた」、「嫌いだ」、「嫌いだ」を記入する。さらに、勉強記録のつけ方に「ポジティブ」として「楽しい」、「うれしい」、「気持ちよく」、「気持ちよく」、「気持ちよく」を記入する。また、勉強記録のつけ方に「ネガティブ」として「つまらない」、「疲れた」、「嫌いだ」、「嫌いだ」を記入する。

ポジティブB	中間B	ネガティブB
楽しかった・おもしろかった・かたがた・かたがた		つまらない・嫌いだ・疲れた・嫌いだ・嫌いだ・嫌いだ

4. 研究のまとめ
気持ちを5種類に分け、表2の5種類の気持ちの分類のつけ方、新しい50分勉強記録のつけ方について、勉強記録のつけ方に「ポジティブ」として「楽しい」、「うれしい」、「気持ちよく」、「気持ちよく」、「気持ちよく」を記入する。また、勉強記録のつけ方に「ネガティブ」として「つまらない」、「疲れた」、「嫌いだ」、「嫌いだ」を記入する。

▲ 1 ページ目

5) 勉強記録と気持ちの分類を表3と表4にします。

表3 1ヶ月の勉強記録(7/5~7/22)

回数	日付	科目	内容	50分かかる時間	気持ち
1	7/5	算数	和差算	37分	つまらない
2	7/6	算数	和差算	32分	楽しかった
3	7/7	算数	和差算	37分	つまらない
4	7/8	算数	和差算	37分	つまらない
5	7/9	算数	和差算	37分	楽しかった
6	7/10	算数	和差算	37分	つまらない
7	7/11	算数	和差算	37分	つまらない
8	7/12	算数	和差算	37分	つまらない
9	7/13	算数	和差算	37分	つまらない
10	7/14	算数	和差算	37分	つまらない
11	7/15	算数	和差算	37分	つまらない
12	7/16	算数	和差算	37分	つまらない
13	7/17	算数	和差算	37分	つまらない
14	7/18	算数	和差算	37分	つまらない
15	7/19	算数	和差算	37分	つまらない
16	7/20	算数	和差算	37分	つまらない
17	7/21	算数	和差算	37分	つまらない
18	7/22	算数	和差算	37分	つまらない

- 2 -

▲2 ページ目

講評

学校の図書館で見つけたアインシュタインの伝記から研究がスタートしています。相対性理論という言葉の意味を調べて、自身の経験に投影させてテーマを設定しました。気持ちという主観的な内容を測定値に対応させて分析して独創的な内容です。気持ちの分類も2種類から3種類に進化させて、研究のアプローチもレポートの構成も工夫されています。記録の表を作って平均を求め、グラフをかくて比較した結果、楽しい時間はあっという間に感じて、つらいことやイヤなことは時間が長く感じることを数値でも確かめることができ、素晴らしい自由研究になりました。

中央審査委員会

※紙面の都合で、受賞作品は一部のみを紹介しています。理数教育研究所のホームページで、作品のすべてをご覧いただけます (https://www.rimse.or.jp/)。



研究テーマ(タイトル)

最近の音楽が同じように聞こえる謎を算数で解明!

神戸大学附属小学校 四年 名 神谷 幸佑

1、研究のきっかけ
ぼくは家族で出かけるときに車で音楽を聞くことが好きです。ある時、父が最近の曲は同じような曲ばかりだと言った。母も同じ曲ばかりだと言った。祖父も同じ曲ばかりだと言った。祖母も同じ曲ばかりだと言った。父は全曲を聞いてみた。

2、研究の方法と内容
まず、祖父と父の子供時代の曲と今の曲を比べて、どんな違いがあるのかを調べます。203年の曲と祖父と父の曲を比べて、10才の時のベスト曲を比べてみました。(ウィキペディアより)

- 203年
- ・ アイドル YOASOBI
 - ・ Subtitle official髭男dism
 - ・ 怪獣の花唄 vaundy

1973年

- ・ YAH YAH YAH CHAGE & ASKA
- ・ 初見上げでろん 赤ちゃん 特みちよ
- ・ ロード THE 虎舞竜

1963年

- ・ 見上げてごらん夜の星を 坂本九
- ・ 高校三年生 舟木一夫

最初に音楽で数値化出来ることを探しました。年代ごとに歌詞を並べてみると、言葉の数が全く違う事に気が付きました。他にもカタカナや英語、記号の記号が多い事に気が付きました。

年代	曲名	歌詞の文字数	カタカナの文字数	記号の数
203年	アイドル	378	6	6
	Subtitle	403	3	2
	怪獣の花唄	215	0	0
1973年	YAH YAH YAH	192	1	0
	愛のまね	143	0	1
	ロード	218	2	1
1963年	ごんちんはな	62	1	0
	見上げてごらん	118	0	0
	高校三年生	66	1	0

※ 曲のデータについては曲の1番の終了までを集計することとします。

▲2ページ目

▲1ページ目

項目	1位平均値	2位平均値	3位平均値
歌詞の文字数	2023年 332文字	1973年 143文字	1963年 82文字
カタカナの文字数	2023年 3語	1973年 1語	1963年 0語
記号の数	2023年 2.67	1973年 0.67	1963年 0
音階の差	2023年 371.3	1973年 136.3	1963年 104.7
1音階以上の音階	2023年 1.24	1963年 1.21	1973年 0.92
1音階以上の文字数	2023年 1.13文字	1963年 0.99文字	1973年 0.97文字
音域ラジック	2023年 13	1963年 9	1973年 8.7
1音階以上の音階	1973年 6.2音	2023年 5.8音	1963年 3.6音

203年の音楽は文字・音符の数と音階の差が最も大きいことが分かりました。1973年と1963年では、歌詞の文字数と音符の数は1973年の方が多く、音階や音域は1963年の方が大きいことが分かりました。☆音以外の気付き

1973年と1963年の楽譜は歌詞が1小節に2段以上書かれている部分があり、繰返し同じリズムが使われていました。

1973年 YAH YAH YAH 28小節 愛のまね 0小節 ロード 24小節
1963年 初見上げでろん 16小節 見上げてごらん 26小節 高校三年生 16小節

繰返しのある小節が1963年82%から1973年56%に減り、2023年は全く同じ繰返しがありません。この事も分かりました。

4、本当に同じような曲なのか?

▲4ページ目

講評

とても面白い！ 各時代のヒット曲の背後にある、時代ごとの傾向を、具体的に自分の観点と手と頭と心で、さまざまに統計をとり、分析した点がとてもユニークで素晴らしいです。音符の数や音階の差（音の動き）、音域、繰返しなどのリズムパターンへの着目も、その分析から実際に見えてきた時代ごとの傾向も面白い！ ぜひ、私が最近出した「ヒット曲のすごい秘密」も読んでみてください(笑)。さらなる研究の深化を楽しみにしています！

中央審査委員会

「私たちは、あとどれくらいで大人？」 標本データを利用した2群の差の検定

兵庫県 賢明女子学院中学校 3年 野中 麻央



全 10 ページ

「私たちは、あとどれくらいで大人？」
標本データを利用した2群の差の検定
賢明女子学院中学校3年A組 野中麻央

要旨
中学3年生の身長は、成人女性と比べてどれくらい差があるかを調べました。賢明女子学院中学3年生の身長データ (n=88) をアンケート調査して同年全員の協力のもと集めました。そのデータを一般的な中学3年生女子の標本データと考え、身長分布を作成しました。次に、一般成人女性の身長データを街頭で集めました。(n=190) 街頭アンケートでは、カテゴリーデータとして年齢も同時に集めました。20歳から80歳までのデータが集まりました。身長は正規分布するので、この2つの集団の平均値に差があるかどうかを調べました。ここでは、「t検定」という統計手法を用いました。個人情報の取り扱いに注意しながら、学内と学外で身長データを収集しました。検定の結果として中学3年生の身長と一般成人女性との平均身長には3.4cmの差があり、両群には有意な差が存在するということがわかりました。つまり、私たちはまだ身体的に大人にはなっていないという結果となりました。ただし、賢明の中学3年生の人数は少ないため、成長のアンバランスによるものかわかりませんが、データが正規分布しているかどうかを確認であり、両群が同じ正規分布をしているという検定条件を満たしているまではわかりませんでした。

Key words: 標本調査とデータ活用・平方根・正規分布・平均値・2群における差の検定

目次
1. 序章
2. 文献研究
3. 研究方法
4. 差の検定
5. 実験データ
6. 結果と考察
7. まとめと実験の限界
8. 謝辞
参考文献

▲1ページ目

t値が絶対値2以上で、p値が「5%」未満の場合、2群の平均には有意な差があると考えられるようです。(図12参照) t検定とは2群の差があるかないかという計算です。もし両群に差がないとすると、t値は正規分布(χ分布)の中心(0)周辺に来るはずで、t値がそこから離れていく可能性は低くなります。その可能性を表したものがP値ということになります。

よって、上記のt値は分布から4.45離れており、それは非常に小さい部分(確率)になります。そして、もしこの値が偶然によって出た数字だとすると、その確率はp値であり、0.001%となります。「99.9%以上の確率で偶然とは言えない差が2群にはある」ということになりました。

またこの考え方は、帰無仮説を棄却するといひ、図13となります。

(図12 棄却域のイメージ)

(図13 帰無仮説のイメージ)

図13の実験Aの場合、「2群には有意な差はない」という帰無仮説に対して、「でもこの結果が出るのは5%以下」つまり「この2群の差は偶然ではない」という対立仮説を立て、帰無仮説を棄却します。よって、「2群には有意な差がある」と考えます。一方実験Bは、帰無仮説に対して、35%くらいの頻度でこの結果が出たとすると、

17 帰無仮説 (Null Hypothesis) は、統計学で重要な概念です。具体的には以下の意味を持ちます：
 「仮説検定の出発点」、研究者が行う統計的な検定では、何らかの主張を行う前提として、帰無仮説を立てます。帰無仮説は通常、「何も起こらない」「差がない」「関連性がない」というような中立的な主張です。
 「検定の対象」、帰無仮説は、通常、対立仮説に対して設定されます。対立仮説は研究者が実際に興味を持つ仮説であり、「差がある」「関連がある」といった主張を含んでいます。(ChatGPT)

9

▲9ページ目

図5 2乗して合計する意味

そして、データの広がり(総和)が出たら2乗をもとに戻してやる必要があり、単純に「(平方根)を付けます。これを個々の数値の平均にするためにサンプル数(n)で割り戻すとデータのばらつき具合(標準偏差)になります。(図6参照)

$$\sqrt{\frac{66.333333}{10}} = \sqrt{6.633333} = 2.575332$$

図6 平方根で元の数値に戻す

標準偏差は、統計学にとって非常に重要な概念で、我々にとっても身近な数値である偏差値もこの計算のもとに成り立っています。つまり、成績などの偏差値も全員の数値のばらつきを加味した数値であり、平均点からの乖離だけではわからない、もっと高度な評価方法であることがわかります。

次に、データの比較です。

2つの異なる集団のばらつきを比較するには、双方の集団に統計学上有意な差があるかどうかを調べる必要があります。(図7参照)これを検定といひ、2群の距離が近いと、その違いは見えにくくなります。そのため、より多くのデータを収集しないといけません。

図7 二つの分散を比較するイメージ

1 標準偏差とは、データのばらつき具合を示す数値です。具体的には、データが平均値からどれだけ離れているかを表す数値です。例えば、テストの点数が平均的にどれくらい離れているかを表すために使います。標準偏差が大きければ、個々のデータが平均から遠く離れていることを示し、逆に標準偏差が小さい場合はデータが平均に集まっていることを意味します。(ChatGPT)

2 分散 (Standard Score) は、ある個人やグループのデータが平均からどれだけ離れているかを示す統計的な指標です。具体的には、平均が50、標準偏差が10の場合、偏差値60は平均より10ポイント上の位置にあることを意味します。偏差値が高いほど、平均よりも高いスコアであることを示します。(ChatGPT)

▲4ページ目

講評

「標本調査と統計的推測」をテーマに、高身長の中学3年女子が成人までに何cm伸びるかを具体的に考察した研究です。単なる統計的手法の適用にとどまらず、自身の統計的推測の概念理解の過程を、身近な課題と結び付けて進めた点が特徴的です。理論の背景を一つ一つ理解しながら丁寧に進める姿勢は、中学生としての深い探究心と学びの積み重ねを感じさせます。データ収集から分析、推測までを実践し、中学生にとって身近な問題解決の可能性を統計学を活用して示した点も評価できます。自身の興味を出発点に据えたテーマ選びとその実行力が光る作品です。

中央審査委員会

景気の波は関数だ!!

神奈川県 桐蔭学園中等教育学校 6年
吉村 隆志, 朝倉 匠, 河上 怜奈, 長谷井 遼太郎

全10ページ



景気の波は関数だ!!

桐蔭学園中等教育学校3年 朝倉匠、河上怜奈、長谷井遼太郎、吉村隆志
指導教諭 千田守先生 唐澤俊之先生

はじめに

近年の日本経済は大きな転換点を迎えている。日経平均株価が史上最高値を更新し、春闘での賃上げ率がバブル期以来の高水準を記録するなど、平成初期のバブル崩壊からおよそ30年間にわたって続いた景気低迷が終りを告げる一方、歴史的な円安や世界的な物価高騰を受けてドイツに名目GDP世界第三位の座を譲るなど、世界経済における日本の立ち位置も戦略的に立派に変わってきた。こうした時期にあつて、私たちは日本を始めた各国の景気の動向について興味を持ち、数学的な手法で分析ができればいいかと考えた。一般に景気は拡張期(谷)と後退期(山)のサイクルを繰り返すと考え、私たちは中学3年の公民の授業でこれを学習した。この「循環する」という点に着目し、景気の動向を三角関数を含んだ関数により近似できるのではないかと思った。

工学や物理学においては、離散的なデータを関数として分析する場合「離散時間フーリエ変換」「離散フーリエ変換」といった手法を用いる。離散的な関数 $f(n)$ ($n \in \mathbb{Z}$)について、それぞれの変換の定義式を下に示す。

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n)e^{-i\omega n} \quad F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-i\frac{2\pi}{N}kn}$$

$F(\omega)$: 離散時間フーリエ変換 $F(k)$: 離散フーリエ変換 ω : 角周波数 k : 波数 N : 標本数

これらの変換を用いることで、入力した離散的なデータを三角関数の級数として与えることができる。特に離散フーリエ変換は有限個のデータを有限個の級数に分解できるため、現実存在するデータを三角関数に近似するために多用されるという。

しかしながらこれらの計算は解析学の知識を必要とする。そこで私たちは、粗い精度であれば高校数学の知識のみを使って景気の動向を捉えられるのではないかと考えた。そもそも景気の各局面の期間は一定ではないため、景気循環をあくまで一定の周期で捉えられようとして、時系列を正規化してみた。すると、正規化された系列のもとではGDPを一次関数と三角関数の和として近似することができ、さらに2025年初頭にGDPが極大になるとの予測も得た。正規化を施さないまま関数として捉えた場合、現時点での予測と将来の動向に乖離が生じる可能性が大きいため、正規化によって景気循環を捉える発想は有効だったと言える。

さらにはこの「正規化して関数に近似」という手法は資産運用にも応用できるものと思われる。私達の計算では今(7月22日)は拡張期の終盤のため、すでに日経平均にシムした投資信託を買ひ、1ヶ月後に売却すると効果的な資産運用が出来そうである。次の買入に関しては日経平均が減少から増加に向かう谷を確信したところで、新たな近似式を作り、ピーク時を計算することにより売却するタイミングを定めることができる。

複素数平面での活用

またGDPの推移を複素平面上に表現するにあたっては、複素数平面による極座標系を用いた。GDPの値が、偏角(時期)が θ である点 $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ について、偏角を正規化したものを $e^{i\theta}$ とすることで、基準となる一次関数の推移に対する周期的な振動の影響や、景気循環と振動との関係が明確に観察できた。私たちが調べた限りでは、GDPの推移を極座標で表している図は見当たらず、先進的な手法であると思う。

第1章 景気循環とGDPの変動

国内総生産(GDP)とは、一国で一定期間内に生産された付加価値の総額を示す指標である。特に、為替の変動の影響を無視した実質GDPは、その国の経済規模を基準として広く使われている。日本において景気の状況を調べるのに用いられる景気動向指数(CI・DI)は、算出にあたってGDPと関連している。景気の観測を判断する基準は国によって異なるが、多くの国でこの点は共通しているため、GDPと景気動向に相関があるかどうかを調べることにした。

§1 景気循環の周期

景気循環論によれば、市場経済の活動は拡張と収縮を繰り返しながら成長しており、回復・好況・後退・不況・再び回復、という4つの局面を経る周期的な動きを示すという。これを踏まえて市場の動向を分析するにあたり、景気の変動は周期関数により近似できるのではないかと考えた。

日本の景気循環において基準となる日付は、景気動向指数(CI・DI)の推移をもとに内閣府経済社会研究所が発表している。景気動向指数は、産業・金融・労働など様々な経済指標30系列の動きをもとに算出したもので、文字通り景気動向の傾向を示す。以下の表1.1.1は、データ比較の都合上、内閣府発表の日付を四半期に読み替えて換算したものである。

なお第1四半期(Q1)は1月から3月、第2四半期(Q2)は4月から6月、第3四半期(Q3)は7月から9月、第4四半期(Q4)は10月から12月にあたる。QはQuarterの頭文字で四半期を指している。

表1.1.1 景気基準四半期 内閣府HPより作成

循環	谷	山	谷	回復期(谷-山) の期間	後退期(山-谷) の期間
No.1	1993年Q4	1997年Q2	1999年Q1	14期 (42ヶ月)	7期 (21ヶ月)
No.2	1999年Q1	2000年Q4	2002年Q1	7期 (21ヶ月)	5期 (15ヶ月)
No.3	2002年Q1	2008年Q1	2009年Q1	24期 (74ヶ月)	4期 (12ヶ月)
No.4	2009年Q1	2012年Q1	2012年Q4	12期 (36ヶ月)	3期 (9ヶ月)
No.5	2012年Q4	2018年Q4	2020年Q2	24期 (74ヶ月)	6期 (18ヶ月)

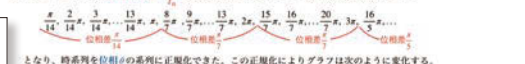
グラフ1.1.2 各循環の長さ



グラフ1.1.2には、それぞれの景気循環の期間を示した。回復期よりも後退期の期間が短い傾向にはあるが、いずれの期間についても一定の規則性は読み取れないと判断した。循環の期間が不定のままでは、景気循環を周期的に捉えることができない。そこで、それぞれの回復期・後退期の期間を伸縮・圧縮し、全ての循環を一定の周期へと正規化する。

具体的には位相を揃えて、回復期が $2\pi x \leq \theta < 2\pi(x+1)$ 、後退期が $2\pi(x+1) \leq \theta < 2\pi(x+2)$ ($x \in \mathbb{Z}$)

となるようにデータの位相を設定する。この後で用いるデータは四半期ごとの値であるため、各回復期・後退期の期間 T_1 とおく(表1.1.1の右欄2列から $T_1 = 14, T_2 = 7, T_3 = 7, T_4 = 5, T_5 = 24$...)とすると、各データの位相は $\theta_n = \frac{2\pi}{T_n}n$ となればよい。実際に各データの位相を設定すると、



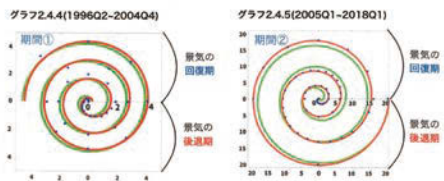
となり、時系列を位相の系列に正規化できた。この正規化によりグラフは次のように変化する。

図1.1.3 景気循環のイメージ



▲2ページ目

▲1ページ目



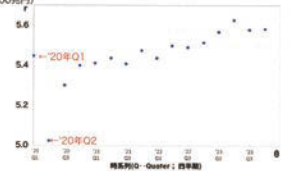
第3章 最新の動向と未来予測

ここでは再び日本のGDPの推移に目を向ける。直近3年間は政府による景気循環の基準日付は発表されておらず、精度を正規化することができない。そこで、正規化を施す前のデータから正規化後の関数を予測し、理論的に次にGDPの振動が極大となる時期を予測した。

§1 景気循環の日付がわからない区間の予測

第1章では、内閣府が発表した景気循環の基準日付をもとに回復期・後退期の期間を決定し、時系列の伸縮・圧縮を施すことで正規化した。当然、正規化を行うには景気循環の日付の情報が必須である。しかしこの日付は、実際に景気循環の山・谷を捉えたため数分経って決定されるものである。故に、執筆時点(2024年6月)で最新の「2020年以降の谷」以降については正確な正規化が難しい。一方で、四半期のGDP(値)は毎期発表されているため、正規化していない単純な時系列での値を観察することはできる。次のグラフ3.1.1は、GDPは発表されているが景気循環が発表されていない、2020年第2期から2023年第4期までのGDPの推移を示す。このグラフの時系列は正規化されていない。

グラフ3.1.1 2020年第2期以降の実質GDPの推移



谷の直前の2020年第1期と比較すると、第2期では θ の値が大きく落ち込んでいる。これは此期にも新しいコロナ危機によるものであり、ここで約4.2342(2.342ヶ月)下落した。2008年のリーマンショックではおよそ2.6424(1.6424ヶ月)の高ち込みだったことを踏まえれば、正規化後の関数が谷の前後で連続しているとは無理がある。関数が連続している場合はその週関数に θ の値を代入するだけで各点の位相を求めることができたが、コロナ禍の期間を含めると連続する関数が見つけられない。

図3.1.2 景気循環のイメージ(三角関数のみ抽出)



図3.1.2のように、正規化前のグラフは、個々の回復期・後退期を表すグラフの各色の部分に設定すると、それぞれ一次関数と三角関数の和として近似できるが、全体としては一つの関数に近似することはできない。しかし、正規化前の各色の曲線は、時間軸(位相)の幅を変えて正規化することにより、全体を一つの関数で近似することが可能となる。従って、グラフ3.1.1の区間(2020年Q2-)を単一の回復期と考えて近似すれば、GDPの振動が極大となる時期が求まる。

▲7ページ目

講評

景気の波を数学的に、4名で共同研究した作品です。経済的な状況を三角関数で近似し、GDPの推移を複素数平面を用いた極座標で表示して、渦巻き状のグラフを考えるなど、表示方法にも工夫が見られます。さらに、アメリカ、ドイツ、中国、インドのデータも用いて、同様のグラフを描くことにより、視覚的にそれぞれの特徴がわかるようにした点も面白いです。一般に経済学でも数学で説明されますが、複素数のグラフを用いた視覚化が特徴的な作品となっています。

中央審査委員会



～西宮市の周囲長を測定しよう～

大阪教育大学附属池田中学校 2年岸岡友陽

1. 研究の動機

ある日、兵庫県様々な市町村の統計を眺めているとふとあることに気が付きました。それは、市町村の周囲長に関する統計がないということです。都道府県の周囲長に関する統計は多くありましたが、市町村の周囲長に関する統計はありませんでした。そして、「ないのならば自分で測ってしまえ」という発想に至りました。

2. 研究の方法

さて、悩ましいのが周囲長を測る方法です。実際に現地に行き測るのは現実的に不可能であり、GoogleEarthの測定機能を使って測るのもできなくはないですが方法もない時間がかかってしまいます。そこで僕は学生向けのプログラミング言語であるScratchを用いて、スプライトが線上を動くプログラムと、スプライトが動いた距離を求めるプログラムを作ることを思いつきました。次が今回の活動の流れです。

- ①Scratchでスプライトが線上を動くプログラムと、スプライトが動いた距離を求めるプログラムを作る。
- ②GoogleEarthでそれぞれの市町村の境界を調べる。(この時のカメラの高さは全て同じにする。)
- ③それをChatGPTを活用して表にまとめて、後ほど紹介する「2点間の距離」の公式に当てはめて周囲長を求める全ての市町村の周囲長を求めるのは非常に時間がかかるため、今回は自分の住んでいる「西宮市」の周囲長を代表して求めようと思います。

①のプログラム



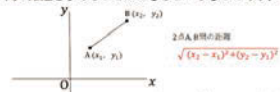
説明：このプログラムでは、スプライトが赤色の部分(GoogleEarthで市町村の境界が赤色で表示される)からはみ出さないようにするプログラムと、スプライトの座標を動きながら記録し続けるプログラムを組み合わせています。スプライトの座標を記録したところで、長さなんてわからないだろうと思う人もいるかもしれませんが、中3数学の「2点間の距離」(三平方の定理)を活用すれば求めることができます。具体的な方法は後ほど述べます。また、そのプログラムでは主に「変数」と「リストを作る」という記録を使って求めました。まず、現在のスプライトのx座標とy座標を示す「x座標」と「y座標」と

いう変数を作ります。そしてそのあとスプライトが赤色の部分(境界部分)をはみ出さないように進んでいくプログラムと結合します。それは赤色の部分に触れている最中は常時角を3度ずつ右に向けさせながら1歩ずつ歩かせ、もし赤色から離れたらもう一度赤色に触れるまでずっとその逆の動きをさせるという仕組みでできています。なぜ3や1などの低い値で設定されているかというと、大きい値だと赤色の部分からはみ出て、もう一度赤色にぶれる時の動きが大きくなり、スプライトが無駄な動きをたくさんしてしまうようになるからです。その欠点として、スプライトが境界を一周するのに時間がかかってしまうことがあります。しかし、正確な長さを測るためには仕方ないことです。また、そのプログラムに沿ってスプライトが動いている最中に数秒おきに「リスト」にその時点でのx座標とy座標を記録しています。それは、次のプログラムでいます。



これは、3秒おきに変数で持っているx座標とy座標をリストに記録するプログラムです。

先程述べた、中3数学の「2点間の距離」(三平方の定理)というのは、2つの座標からその間の距離を求めることができるというものであり、その公式は次のとおりです。



<https://www.try-it.jp/keyword/articles/26/>より引用

これは三平方の定理を利用しています。三平方の定理とは、直角三角形において斜辺の長さをc、ほかの2辺をaとbとした時に、 $a^2+b^2=c^2$ が成り立つという定理です。これを関数にあてはめて、(xを横辺・yを縦辺、xとyの間の距離を斜辺に見立てて)斜辺について解いた結果がこの公式です。この公式にプログラムで得た座標の具体値を当てはめていて長さを求め、最後にそれを合計します。



西宮市

GPTの答えと一致しました。正しいですね
そして座標の値と実際の距離の関係を求めます。(-204, 74)～(-214, 83)の距離は座標上では $\sqrt{(-214 - (-204))^2 + (83 - 74)^2}$
 $= \sqrt{(-10)^2 + 9^2}$
 $= \sqrt{100 + 81}$
 $= \sqrt{181}$
 $= 13.45...$
ですが、それが現実においてどのくらいの長さに相当するかをGoogleEarthで確かめます。
図1はスプライトがスクラッチで使用した西宮の境界線の(-204, 74)と(-214, 83)にそれぞれいる時をスクリーンショットしたものと、実際のGoogleEarthの西宮の衛星写真をスクリーンショットしたものを重ねたものです。少々見づらいですが、青線の部分が(-204, 74)～(-214, 83)です。そして図2はその距離をGoogleEarthの測定機能で測ったものです。1052.75mとなりました。1の位を四捨五入すると1053mとなる。これをもとに周囲長を求めます。



先ほどの作業で座標上における13.44の距離が1053mに当たると分かりました。そして次に、先ほどGPTに求めてもらった距離を合計します。
 $4.24+4.24+5.39+6.08+6.32+5.39+5.10+5.83+6.08+5.10+5.83+5.10+4.12+6.40+4.47+5.39+8.06+7.07+4.12+6.40+4.24+5.10+5.00+6.08+5.00+5.39+4.24+10.30+5.83+5.10+5.10+9.49+9.85+5.00+8.06+4.47+5.00+5.00+6.32+5.10+6.40+11.40+7.00+5.10+5.00+4.12+5.66+5.00+5.00+4.12+5.10+5.39+5.39+4.12+4.47+9.06+5.00+5.39+9.85+4.47+5.$

講評

県単位ではオープンデータとして周囲長が公表されている一方、市町村単位のデータが入手困難な課題に対し、独自の解決策を提示した作品です。スクラッチでの移動距離計算プログラムの開発、GoogleEarthでの境界点特定、ChatGPTを活用した距離計算を組み合わせたアプローチは、地理学、数学、ICTスキルを統合した創造的な研究として高く評価できます。さらに、プロンプトの公開や結果の検証を通じ、生成系AIの応用力と理解を示しており、科学技術活用の実践例としても意義深いです。独自手法の着想と粘り強い探究姿勢が印象的で、今後の発展も期待されます。

中央審査委員会

三次元空間における点集合の最小包囲球の必要十分条件と鈍角の三次元への拡張

東京都 東京学芸大学附属高等学校 2年 本多 剛欣



全6ページ

三次元空間における点集合の最小包囲球の必要十分条件と鈍角の三次元への拡張

東京学芸大学附属高等学校 2年 本多剛欣

研究動機

参考文献「数と図形」H・ラーデマッヘル、O・テプブリッツ(1989)に最小包囲円についての章があり、省略されていた証明を自分でやってみたところ新たな疑問が見つかり、このテーマにした。鈍角の拡張については今年大阪で開催されたマフェスタにて教授の方々と意見交換の際に出てきた問いなのでそれについても考えることにした。

研究概要

三次元の点集合の最小包囲球の求め方を調べ、そこから考えられる鈍角の三次元への拡張について考える。

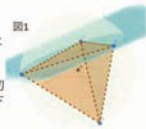
条件の仮説

定義 切断された球を球欠、球欠の球面部分を球冠とする。

包囲球の球面上にある4点のうち3点からなる平面で切断された四面体を含まない方の球欠の全てが半球以下するときその包囲球は最小のものである。

「数と図形」H・ラーデマッヘル、O・テプブリッツ(1989)に載っていた最小包囲円の条件「包囲円上の3点からなる三つの弧のうちの弧も半円以下」を三次元に拡張した。

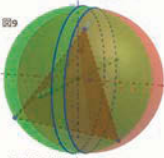
これらの条件は、球面上にある点でできる(最小包囲球の場合は)四面体、または(最小包囲円の場合は)三角形が中心を内部に含んでいることと同値になる。



1

▲1ページ目

小さい球が大きい球に収まらないとき、二つの包囲球の境界の円を大円とする球が一番小さくなるがその球は大きい球の半球未満の球冠しか含めない。動作でできた四点は四面体の中心を内部に含むため、半球部分に四点が集まることはない。よって小さい球が含んでいない側の球冠に一つ以上の点があり、全て含めていないことなので新たな球は包囲球にはならない。



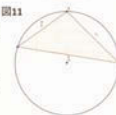
よって仮説で示した四点でできる球が最小であることは示された。

鈍角について

図10は「数と図形」H・ラーデマッヘル、O・テプブリッツ(1989)の最小包囲円の条件「包囲円上の3点からなる三つの弧のうちの弧も半円以下」の条件を満たす3点の弧であり、その3点からなる三角形は鋭角三角形である。



図11はこの条件を満たさない三角形であり、鈍角三角形となる。(円周角の定理より条件を満たさないことと鈍角三角形を作ることとは同値)

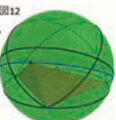


そこで、三次元の場合で条件を満たさなかった四点に対して鈍角を定義できるのではないかと考えた。

定義 包囲球の球面上にある4点のうち3点からなる平面で切断された四面体を含まない方の球欠が中心を含むとき、その球欠と反対側にある残りの一点と他の3点との位置関係を鈍角であるとする。

この定義について平面の三平方の定理の大小関係を立体的デカルト・グアの定理(俗に言う四平方の定理)を用いて検証する。

(iii)の場合はどちらの面を定義の斜面として使えばいいのか判断できなかったの(ii)の場合だけで検証した。



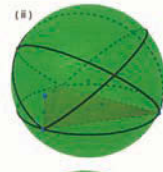
結果(特殊解)
15926<11903+5465+5379

一般化はできなかったが反例がでたのでこの定理から定義する鈍角と最小包囲球の条件から定義する鈍角は違うことが分かる。

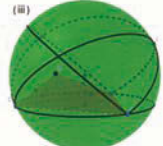
5

▲5ページ目

(ii)の場合
一つの弧の下にいるということは球面上の四点のうち3点を通る平面で切断した四面体の含まれない四つの球欠のうち一つの内部に中心がある。その面の方向に中心Oを動かす。外心とOが重なるとき、大円はこの外接円になる。外心は内接する三角形の内部にあるため、この球は3点を球面上に含む最小包囲球になるがこの場合は動作4で終わっているはずなので外心とOが重なることはなく、新たな点が球面上に接する。この動作のあと、球面には点が4つあるので動作6に戻る。



(iii)の場合
二つの弧の下にあるので(ii)で書いたような球欠のうち二つが中心を含んでいる。この場合はこの二つの球欠の交線の方向にOを動かすことでより小さくできる。交線とOが重なってしまうと動作3で終わらなかったこと矛盾してしまうためそれまでに新たな三つ目の点が球面上に現れ、動作4からやり直す。



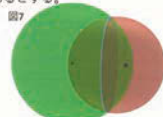
前ページで述べたように点集合の大きさは有限なので選ばれる四点も有限個の組み合わせしかない。(外接球が全ての点を含む組み合わせはもっと少ない)またこの動作を続けるたびに球は小さくなっていくのでこの動作はいつか終わる。よって中心をその四面体の内部に含むような球面上の4点の存在が示された。

②

この動作でできた包囲球が最小であることを示す。

この動作でできる包囲球よりも小さい包囲球があるとすると、

小さい包囲球は大きい包囲球の球面上にある4点を含むので必ず球と球の共有された領域ができる。どちらの包囲球も全ての点集合を含むので共有された領域の中に全ての点がある。



小さい包囲球が完全に中に入る場合
小さい包囲球は動作でできた包囲球とせいぜい1点でしか接せないで少なくとも他の球面上の3点を含むことはできず、包囲球にはならない。



4

▲4ページ目

講評

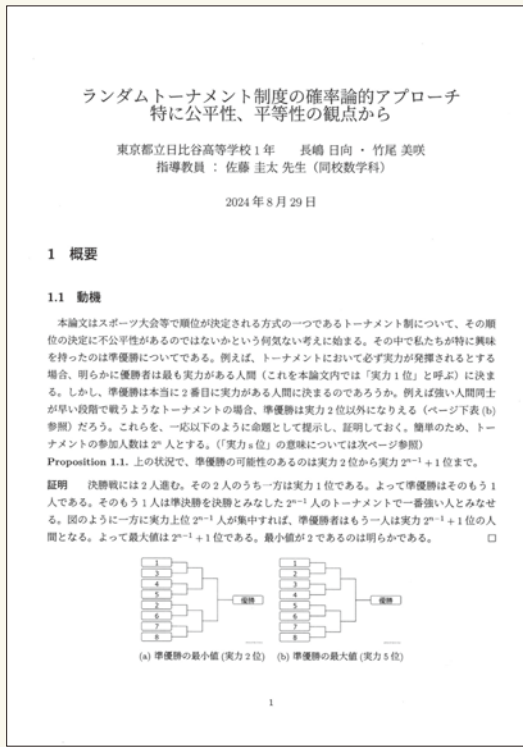
ラーデマッハー・テプブリッツによる名著『数と図形』に「有限点集合の最小包囲円」という章があり、これは二次元平面における有限集合を円で覆うにはどのようにしたらよいかという問題です。筆者はこの問題の三次元での拡張を試み、一定の面白い結果を得ました。また、この問題は更なる発展がありそうで、二次元の場合は、「3点が鋭角三角形をなすのか?」「鈍角三角形なのか?」が大きなポイントでしたが、三次元やさらに高次元でも「鈍角三角形の高次元化がどのようなものか?」は興味深い問題です。

中央審査委員会

ランダムトーナメント制度の確率論的アプローチ 特に公平性、平等性の観点から

東京都 東京都立日比谷高等学校 1年 長嶋 日向, 竹尾 美咲

全 10 ページ



▲ 1 ページ目

講評

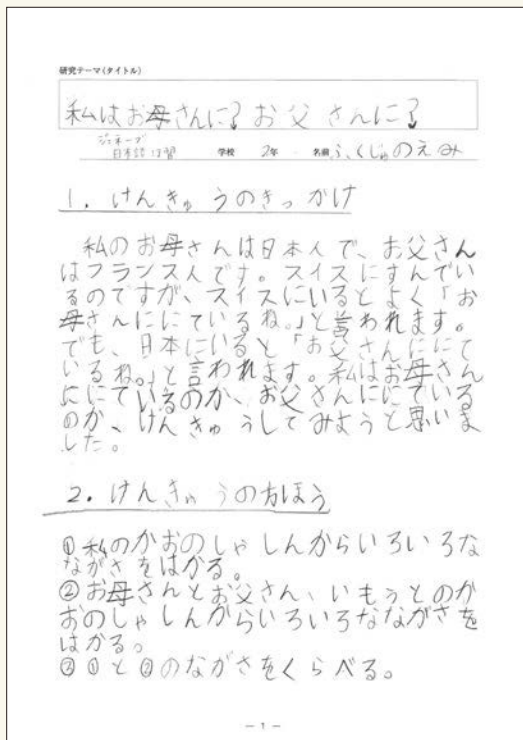
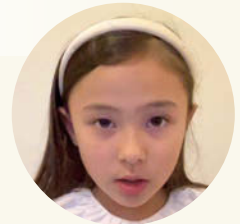
トーナメントの順位に関する研究です。例えば、トーナメント参加者の中で2番目に強い者は、早くに最強者に当たると早々と敗退してしましますが、最強者と違う山にいれば、準優勝できる確率は高くなります。本稿は、このような考察に基づいて、最強者以外の順位に関する期待値について研究した論文です。途中にも二項係数に関する意味のある恒等式などを利用し、数学的にも興味深いし、また、現実社会においても、二位以下の順位に焦点を当てた面白い研究論文となっています。

中央審査委員会

私はお母さんに？ お父さんに？

海外 ジュネーブ日本語補習学校 2年 福寿 乃映実

全 5 ページ



▲ 1 ページ目

講評

自分と両親や妹の顔の特徴を比較している研究です。比較対象の写真の大きさが異なっていたため、目の横幅が1cmになるように拡大・縮小し揃えた上で、目と目の間、鼻、口と顎の間など10項目を測定し、レーダーチャートに表し比較している点に、算数的な思考の深さや独創性があります。人気キャラクターの顔の比較や、それに対する年齢層や国による違いの分析、さらには顔認証システムにもつながる手法となっています。

中央審査委員会

日本数学検定協会賞

じゃんけんのルールを変えてより面白くする

秋田県 秋田県立秋田南高等学校中等部 3年
大宮 周, 白坂 柚葵, 菅原 琉也



全8ページ

じゃんけんのルールを変えてより面白くする

秋田県立秋田南高等学校中等部 3年 大宮 周 白坂 柚葵 菅原 琉也

1.研究の動機

日常よく使われているじゃんけん。それは代表などを決るときや、デザートなどを決るときなどに使われる。しかし、よく使われている「じゃんけんには最初にパーを出す勝ちやすい」や、「あいこになったときに、相手の手に負ける手を次に出すと勝ちやすい」といったじゃんけんの攻略法が存在している。そのため、多少強を使う運のゲームと化している。そこでじゃんけんを何かをするならもっと強を使う深い読みあいがあるより面白いじゃんけんを作りたいと思った。そうしたときに、ゲーム理論という数学理論に出会った。ゲーム理論とは、ビジネスや人間社会における人物や企業を、プレイヤーとみなし、それぞれのプレイヤーや全体の関係を考慮してどのような行動が最も利益を生むかということを示した数学理論である。そのゲーム理論を用いて最適解があるが真をかくかどうかという読みあいをできる面白いじゃんけんを作ろうと思った。また、じゃんけんでは「パーを出す」「チョキを出す」などの宣言をしていることをよく見るため、面白いじゃんけんのルールにその宣言を追加することにした。

2.じゃんけんの基本事項

- じゃんけんの基本的ルールを以下の4項目とし固定とする。
 - 出すことができる手はグー、チョキ、パーの3つのみ。
(グーはチョキに勝てるがパーに負ける
チョキはパーに勝てるがグーに負ける
パーはグーに勝てるがチョキに負ける)
 - 最初に双方のプレイヤーは同時に自分の手を出すかを宣言する。
 - プレイヤーのどちらも宣言した手以外も出すことができる。
 - それぞれのプレイヤーには宣言の内容と実際に出した手、そしてじゃんけんの勝敗により固定の点数が与えられる。
- 次に面白いじゃんけんの条件は以下の条件の二項目とし、どちらも満たすものとする。
- 条件1: ある一つの選択技を選び続けることで、利益を最大化することができる。
- 条件2: 純粋戦略ナッシュ均衡がいかなる場合においても存在せず、特定の選択技を選び続けることがない。
- 純粋戦略ナッシュ均衡とはプレイヤーの最適反応の組のことである。
 - 最適反応とはAがBの取る戦略に対して自らの利益を最大化できる戦略のことである。
 - 研究の結果で記載される利得表で文字を斜めにしているセルはパレート最適を表し、表

-1-

▲1ページ目

講評

タイトルの通り、じゃんけんのルールを変えることでより面白いゲームをデザインした研究です。じゃんけんという簡単なゲームに「自分が次に出す手を宣言する」というオプションを付加することおよびじゃんけんの勝敗による点数を導入しました。それにより新しいゲームをゲーム理論の考察にのせることができています。初めて知ったゲーム理論にもかかわらず、ナッシュ均衡・パレート最適といったゲーム理論の概念をうまく使いこなしています。

中央審査委員会

新学社賞

色々な食品の価格のばらつき

京都府 京都聖母学院小学校 4年 長山 深音



全5ページ

研究テーマ(タイトル)

色々な食品の価格のばらつき

京都聖母学院小学校 4年 長山 深音

〈調べようと思ったきっかけ〉
スーパーに買い物に行くと、同じ食品でもものによって値段が違うことに気付きました。気になったので違いについて調べることにしました。

〈研究の内容〉

1.色々なお店の食品の値段を調べる
今回はスーパーA、スーパーB、コンビニA、コンビニBの4つのお店で、それぞれ食パン、牛乳、たまご、バナナ、炭酸水、焼き菓、板チョコ、スライスチーズの8つの食品について価格を調べました。
調べた価格を表1にまとめました。

2.食品ごとに、平均の値段を出す
それぞれの食品の大体まん中の値段を調べたので、平均という数字を使います。平均は、全ての食品の値段を足してその食品の数でわります。

表1

食品	スーパーA	スーパーB	コンビニA	コンビニB
食パン	100	110	120	130
牛乳	120	130	140	150
たまご	150	160	170	180
バナナ	180	190	200	210
炭酸水	200	210	220	230
焼き菓	220	230	240	250
板チョコ	240	250	260	270
スライスチーズ	260	270	280	290

-1-

▲1ページ目

講評

作者は複数の店で買い物をしているとき、同じ種類の食品でも価格にばらつきがあることに気づきました。食パンなど、店ごとの価格の平均を求め、価格と平均とのちがいを計算します。さらに、価格の平均とちがいの平均から、ばらつきの割合を求めています。これで、食品の種類ごとに、ばらつきの大きさを比べることができます。算数の知識や技能を、生活や社会の中で活用したり、調べ方を自分で工夫したりしている点が素晴らしい研究です。

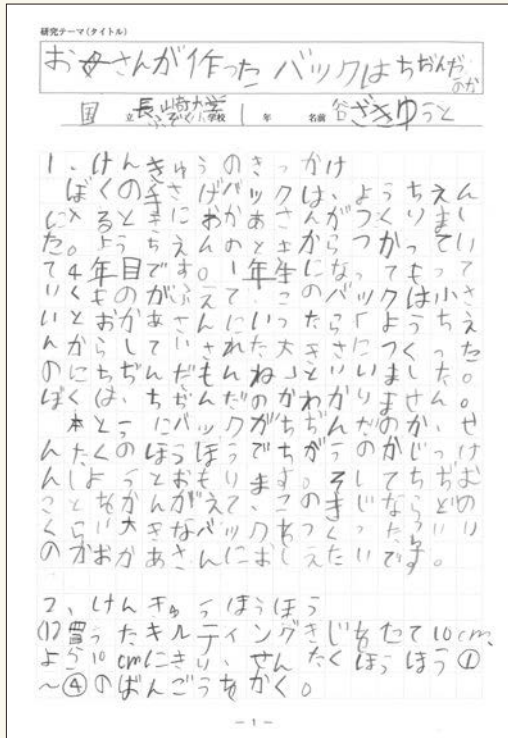
中央審査委員会

中央審査委員
特別賞

お母さんが作ったバックはちぢんだのか

長崎県 長崎大学教育学部附属小学校 1年 谷崎 結音

全5ページ



▲1ページ目

講評

小学生になって、幼稚園で使っていたキルティング製のバックを小さいと感じたことを契機に生地（縮み具合）について調べた研究です。手洗いと洗濯機（柔軟剤や漂白剤の有無別）で10回洗ったときの縮み具合を、縦方向と横方向に分けて測定するなど、条件に着目して実験を計画している点に算数的な思考が見られます。また、その結果を、どの洗濯方法か、何回目の洗濯かが一目でわかる、一つの表に整理した点が卓越しています。

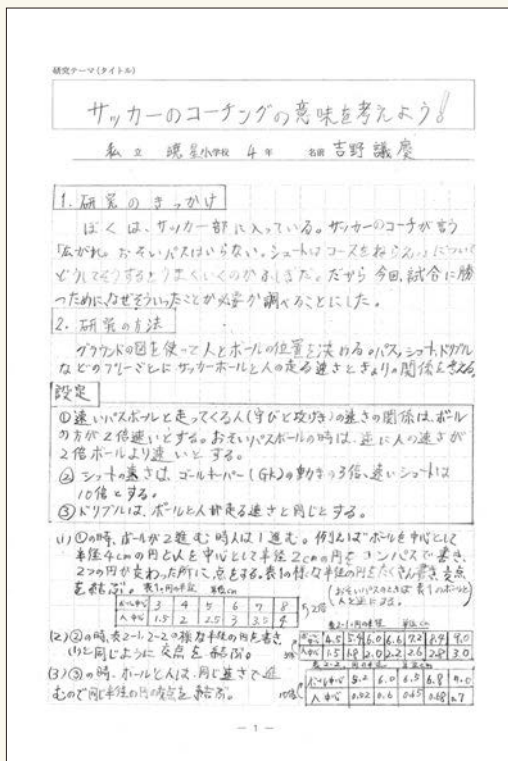
中央審査委員会

中央審査委員
特別賞

サッカーのコーチングの意味を考えよう！

東京都 暁星小学校 4年 吉野 議慶

全5ページ



▲1ページ目

講評

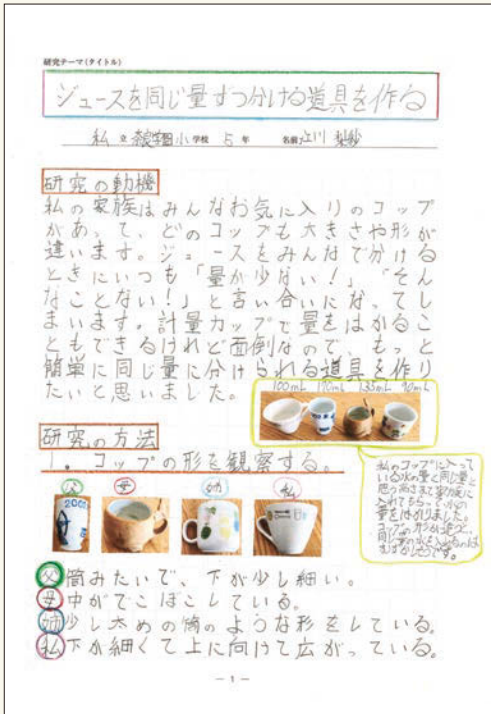
サッカーのコーチが言っていることを鵜呑みにするのではなく、その背後にある論理を、感覚や経験値だけでなく算数、特に幾何の力を用いて読み解こうとする試み。速度の差なども適切に仮定し、初等幾何学のようにいろいろな円や直線を作図しながら、ボールをどのようにパス・シュートすればよいかなど、さまざまな場面にて分析しています。ぜひ、実際の練習や試合にも活かしてください！ 研究のさらなる発展も楽しみにしています。

中央審査委員会

中央審査委員
特別賞

ジュースを同じ量ずつ分ける道具を作る
奈良県 奈良学園小学校 5年 江川 梨紗

全5ページ



▲1ページ目

講評

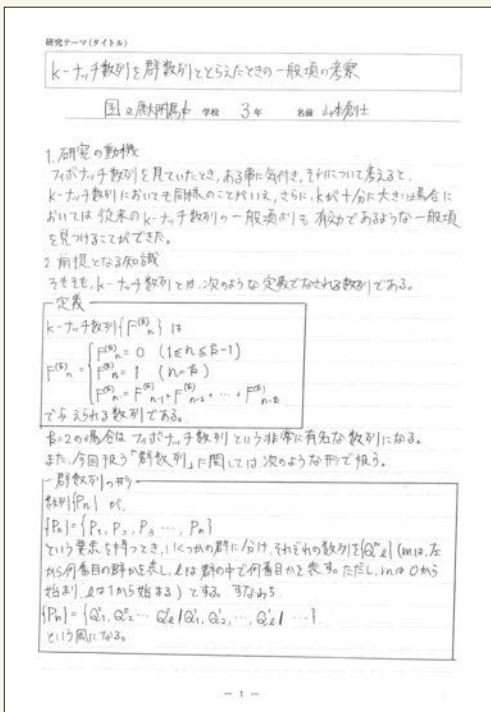
自宅で家族が使っている複数のカップは大きさや形がいろいろです。ジュースの入れ物から注いで、それぞれのカップに同じ量のジュースを入れる方法を考えようとしたレポートです。カップごとに特別な物差しを作り、その目盛りを見ながらジュースを注ぐという方法で、読んでいて微笑ましく、楽しくなる研究です。具体物を用いた数学的活動によってよい成果が得られています。

中央審査委員会

中央審査委員
特別賞

k-ナッチ数列を群数列ととらえたときの一般項の考察
鹿児島県 鹿児島大学教育学部附属中学校 3年 山本 創士

全7ページ



▲1ページ目

講評

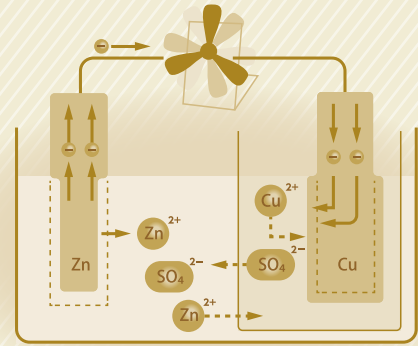
従来のk-ナッチ数列の一般項の公式では、nが大きくなると実際の数値計算が難しくなります。k-ナッチ数列を群数列と捉えることで、群数列内の一般項を表す式を得ました。特に高度な理論や計算をすることなく、群数列内に限った一般項の公式を導いたところが興味深いです。今後の課題でも言及している「群数列の一般項」の考察が期待されます。

中央審査委員会

【第6回】

理科の授業に登場する電池

ーダニエル電池について



東京学芸大学 教育学部自然科学系 教授

鎌田 正裕 / かまた まさひろ

1959年生まれ。京都大学大学院時代の専攻は原子核工学で、もっぱら熔融塩系の電気化学を専門とした。京大助手、鳥取大学助教授を経て東京学芸大学に異動した後は、授業で使える実験教材やものづくり教材の開発に取り組んできた。これまでに、高等学校理科(化学、理数探究)の学習指導要領の改訂・作成作業に関わるとともに、小学校理科、中学校理科、高等学校理数探究基礎の教科書の執筆にも関わってきた。大学院の授業では、科学と非科学の違いを考えさせるために、オカルト科学(擬似科学)を題材に科学の素晴らしさを次の世代に伝えることを目指している。



はじめに

今回はボルタ電池について、その特徴を問題点とともに解説しました。ボルタ電池は、化学反応から電気を取り出せることを実証した点で、電気化学分野の発展への寄与は計り知れませんが、電池としての性能を考えると、実用的なレベルとは程遠いものでした。ボルタ電池から約35年後、英国のジョン・フレデリック・ダニエルによって安定した電流を取り出せる電池としてダニエル電池が開発されました。ダニエルはこの電池の発明により、電気化学の分野でボルタと並ぶ著名な研究者の一人になりましたが、彼の研究は電気化学の分野にとどまらず、気象学で使用する露点計(ダニエル湿度計)を開発し、その後の気象学研究に大きく貢献しました。

初期のダニエル電池についてネット上にある断片的な情報を検索してみると、いろいろなバリエーションが見つかりますが、原型は、硫酸銅水溶液を入れた銅製の容器に焼き物で作った容器(セパレーター)を入れ、その中に硫酸亜鉛水溶液と亜鉛の金属板を入れたものであったようです。



図1 ジョン・フレデリック・ダニエル(1790-1845)

写真: Science & Society Picture Library/ アフロ

理科の授業に登場するダニエル電池

ダニエル電池の構造は、理科の教科書では図2のように表されています。

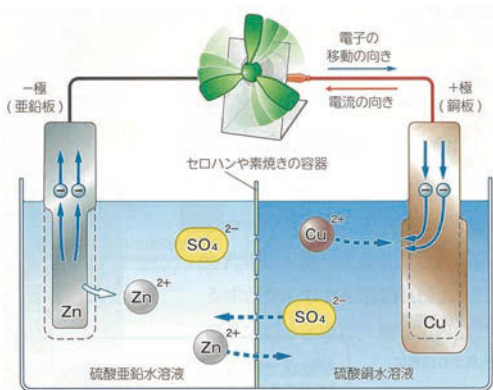
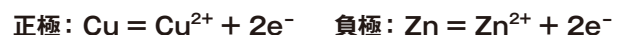


図2 ダニエル電池の原理(『未来へひろがるサイエンス3』啓林館)

ボルタ電池では同一の電解液に2種類の金属板を差し込みましたが、ダニエル電池ではそれぞれの電極部で電解液が異なり、2種類の電解液がセパレーター(素焼板やセロハンなど)で隔たれています。この構造により、非放電時には正極と負極で次の平衡が成り立ち、いずれも可逆な電極系とみなせる点がボルタ電池との大きな違いです。



このため放電時・非放電時を問わず、いずれの電極からも水素などの気体が発生することはありません。放電時には、負極で金属の亜鉛が連続的に溶け出し、正極(銅板)では電解液

中の銅イオンが還元されて金属として析出します。したがって亜鉛（負極）と硫酸銅水溶液中の銅イオンが十分にある間は、安定に電流を取り出せることになり、このことがダニエル電池が最初の実用電池と評価される理由です。また、電極反応が単純で金属のイオン化傾向（亜鉛のほうが銅よりイオンになりやすいという性質）と実際の電圧の大きさを関連付けて説明できるため、理科や化学の教材としても扱いやすく、教材会社からはいろいろな形状のものが市販されています（図3）。

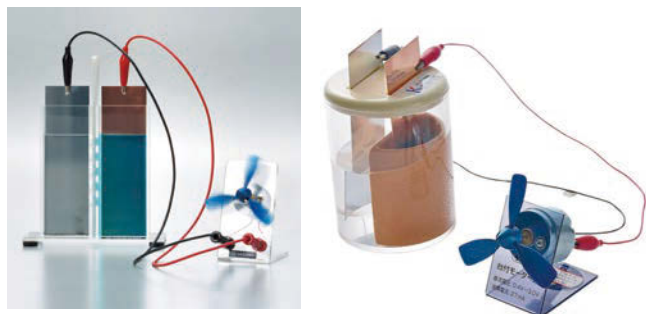


図3 市販の教材用ダニエル電池

写真提供：株式会社ヤガミ，ケニス株式会社

学校現場では、やはり組み立てが容易で、扱いの簡単なものが求められます。さらに使用する試薬が少ないほど、費用や廃液管理が簡単になるため好まれます。そこで、少量の硫酸銅水溶液や硫酸亜鉛水溶液をろ紙にしみこませて、これらを亜鉛板、銅板、セロハンとともにクリップで挟んだものが、教科書などでも紹介されています（図4）。ろ紙にしみこませた硫酸銅水溶液の量が少ないので、放電時間は決して長くはありませんが、電池としての働きを授業時間内に確かめるためには十分であり、また、放電と共に比較的短時間でろ紙にしみこませた硫酸銅水溶液の青色が薄くなっていくので、銅イオンが消費されているようすを目視で確認できるのも大きなメリットの一つです。

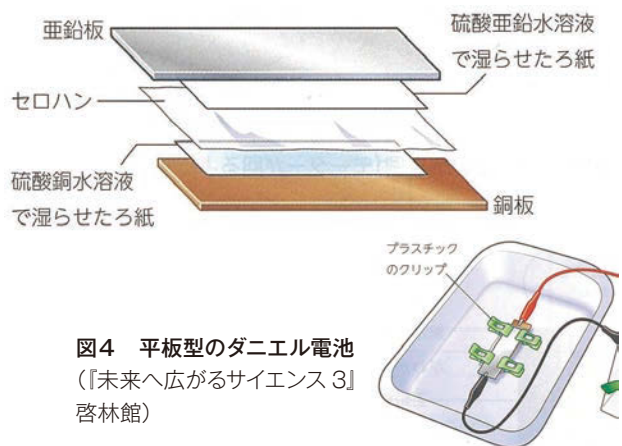


図4 平板型のダニエル電池
（『未来へ広がるサイエンス3』啓林館）

生徒にとってわかりにくいセパレーター

電極での反応が単純かつ明快で教育的にもメリットが多いダニエル電池ですが、その一方で構造がボルタ電池より複雑であり、特にセパレーターの役割などが生徒にわかりにくいといった欠点もあります。そもそも、ダニエル電池のセパレーターは何のためにあるのでしょうか？

一言でいえば、2種類の電解液の混合を防ぐためです。2液が混ざってしまうと、正極側に侵入した銅イオンが亜鉛金属に直接接触することになり、そこで亜鉛の溶解と銅の析出が同時に起きてしまいます（前々回のお話で説明した銅樹です）。この時、亜鉛が溶け出して得られた電子はその場で銅イオンに奪われてしまうので電池として機能しません。しかし、混ざることが不都合ならば、なぜわざわざセパレーターを介して2液を接触させるのでしょうか。別々の容器で電極を作れば済むのでは？と感じる人も少なくないと思います。一見すると、それぞれの電極で反応が進めば、電極部が切り離されていても電池として機能するように見えます。しかし、2液が完全に分かれている状態だと、負極側では亜鉛イオンのみが増え、正極側では銅イオンのみが減少するため、電極部で電氣的な偏りが生じ、反応はそれ以上進むことができなくなってしまうのです。

あるいは少し違った見方もできます。電池の外に接続された導線や部品を一般に「回路」と呼びますが、電池内部にも「回路」があり、前者を外部回路、後者を内部回路と呼ぶことができます。外部回路では、電気は電子によって運ばれますが、内部回路ではイオンによって運ばれるのが大きな違いです。

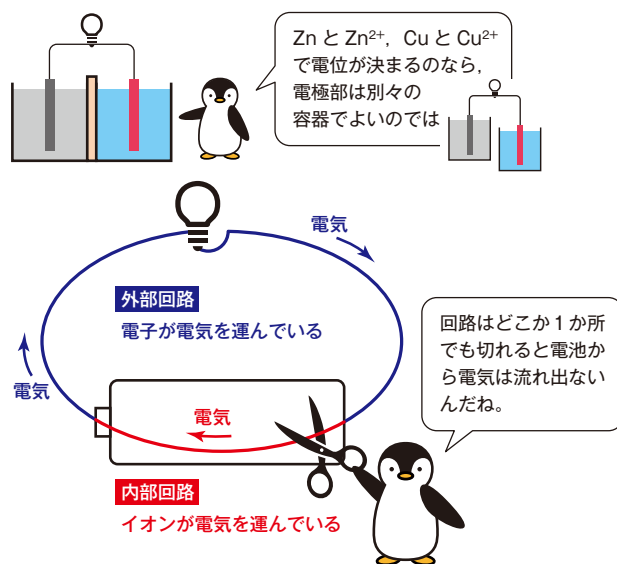


図5 セパレーターの必要性

して電流が連続的に流れるためには、これらの2つの回路がきちんとつながり一つの輪になっている必要があります。もし、セパレーターの部分で、2つの電極部を切り離すと、そこで内部回路が切れて外部回路にも電流が流れなくなるのです。セパレーターは、2つの電解液を隔てると同時に2液間でイオンの行き来を可能にする役割を担っています。

セパレーターをなくしたタイプ

セパレーターの働きは上で述べた通りですが、やはり生徒（特に中学生）にとって、わかりにくいものの一つです。これに対し、いっそセパレーターを使わないダニエル電池を作ろうという動きも教育現場にあり、具体的には、寒天等を使って電解液を固め、セパレーターなしで両者が触れ合っても簡単には混ざり合わないようにしたものもあります（山口晃弘『化学と教育』67 pp.24-25（2019））。一見すると、ちょっと乱暴なやり方のように感じますが、調べてみると昔のダニエル電池の中には、図6に示したように、密度差のある2液を層状に重ね、セパレーターを省いたものがあり、実際に使われていたようです。確かに、シンプルな構造で、セパレーターがない分、電池内部の電気抵抗も小さくなるので電流を取り出しやすくなりますが、

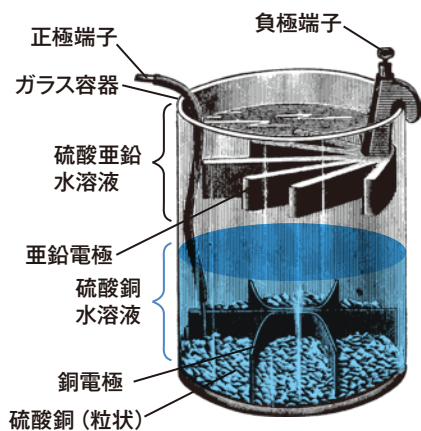


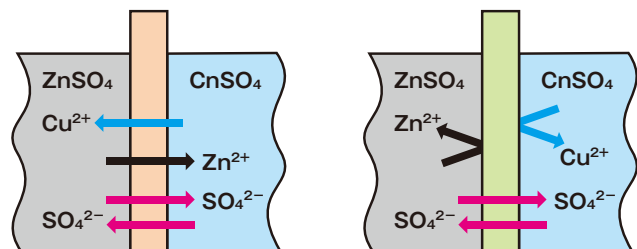
図6 セパレーターのないダニエル電池
提供：Alamy/ アフロ

時間がたてば、2つの液は混ざるので、特に振動が加わると、短時間で混ざるので、あくまでも据え置き型の電源としての利用に限られていたと思います。

ダニエル電池の不可逆性

セロハンや素焼板などのセパレーターは2液の混合を防ぐと書きましたが、混合を完全に防げるわけではなく、単に混合する速さを遅くしているだけです。図2では、放電時に亜鉛イオンが正極側に、硫酸イオンが負極側に移動しているように描いていますが、実際の電池ではこれに加えて硫酸銅（銅イオンと硫酸イ

オン）も濃度拡散によって、正極側から負極側に移動し、銅イオンが亜鉛板と反応を起こすこととなります。この濃度拡散がある限り、ダニエル電池も（電極反応は可逆ですが）自己放電を伴う不可逆な電池ということになります。学校で電極反応を学習する際には、少くも銅イオンが負極側に侵入しても大きな問題にはなりません。侵入した銅イオンによって亜鉛板が変色するなど、生徒にとってわかりにくい現象が生じます。この膜中の濃度拡散を防ぐ方法の一つに、セパレーターをセロハンなどではなく陰イオン交換膜に替える方法があります。この膜は、陰イオン（硫酸イオン）のみを透過し、銅イオンや亜鉛イオンのような陽イオンを透過しないので、これをセパレーターに言えば、電気は硫酸イオンによってのみ運ばれ、濃度拡散によって硫酸亜鉛と硫酸銅が混ざらない電池（可逆電池）が実現します。ただし、イオン交換膜が実際に使われるようになったのは、20世紀後半になってからなので、歴史上のダニエル電池に応用されたことはなく、あくまでも今だからできることの一つです。



セロハンなど：ゆっくりだが、どのイオンも膜を透過することができる。

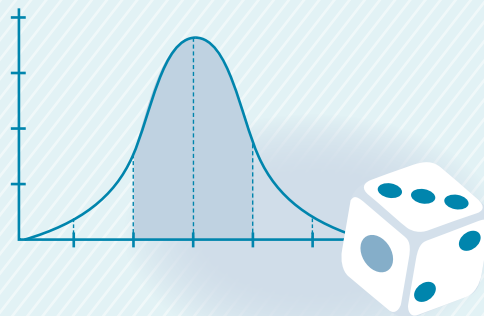
陰イオン交換膜：硫酸イオンは膜を透過できるが、銅や亜鉛のイオンは透過できない。

図7 陰イオン交換膜を用いた場合

電池の寿命

電池の放電容量、すなわち電池の寿命は正極物質（銅イオン）と負極物質（亜鉛金属）の量によって決まります。実用目的にダニエル電池が使われていたころは、電池を長く使えるように、正極側の電解液（硫酸銅水溶液）に固体の硫酸銅も一緒に入れて、消費された銅イオンを補給していました（図6）。しかし、正極物質が液体中のイオンであること、そしてそのため大量の電解液が必要となる電池は扱いが容易ではなく、やがて正極物質に二酸化マンガンを使う電池が登場します。二酸化マンガンは固体で扱いやすく、また正極物質を電解液中に溶かし込む必要もなくなりました。この構造が本連載の初回で説明したマンガン乾電池やアルカリ乾電池に発展し、今日私たちが便利に使っているものへと変わってきました。❖

【第7回】 エントロピー 情報通信の確率基礎



東京大学 名誉教授

松原 望 / まつばらのぞむ

Ph.D. (スタンフォード大学)。1942年生まれ。東京大学教養学部基礎科学数学コース卒。統計数理研究所研究員、スタンフォード大学大学院博士課程、筑波大学社会工学系助教授、エール大学フルブライト研究員、東京大学教養学部・大学院総合文化研究科教授、同新領域創成科学研究科教授、上智大学外国語学部教授、聖学院大学大学院政治政策学研究科教授を歴任。著書には東大教養部統計学教室(編・著)『統計学入門』(東京大学出版会)、『わかりやすい統計学：データサイエンス基礎』(丸善)、『社会を読み解く数理トレーニング』(ペレ出版)、『計量社会科学』(東京大学出版会)、『意思決定の基礎』(朝倉書店)、『ゲームとしての社会戦略』(丸善)、『入門確率過程』(東京図書)、『入門ベイズ統計』(創元社)、『はじめよう！統計学超入門』(技術評論社)、『ベイズの誓いーベイズ統計学はAIの夢を見る』(聖学院大学出版会) など多数。

「情報」とエントロピー

「デジタル」digitalとは現代社会で情報を表現しそれを伝達するための(一つの)手段ですが、では肝心の「情報とは何か」はもう一つわからないと感じる人は多いようです。確率論によるなら、これから述べるように、「情報」の量はきちんと測ることができます。それが「情報理論」information theoryです。

Digitalとは、数字の各「桁」digitつまり数字0, 1, 2, … (2進法なら0, 1) そのものを言います。そのよい例がデジタル型の時計です。Analogとは、現象そのものかそれと相似、類似のものを言います(すべてで正確に等速運動をする物体は「時計」になります。時計の針、流下する水、規則正しい脈拍、天体など)。

デジタル社会の最重要事=知らせること

「情報理論」を聞いたことがありますか。「情報」の数学理論ですが、正式にはあることを**知らせること**の理論「通信の数学理論」Mathematical Theory of Communication と言い、デジタル社会の基礎中の基礎理論で、確率論の最大の社会応用です。「エントロピー」entropyとは知らせる「情報」の多さを測る量、つまり「情報量」を中味としています。高等学校で「情報」科目があるのに、全くこれに触れること

がなく、言葉さえ現れないのは、いろんな事情があるのでしょうが、奇異と言えます。将来に期待するほかありません。実際、考え方がわかればそれほど難しい理論でなく、難しい方程式や高度の積分よりよほど易しいのです。これから述べるのはC. シャノン (C.Shannon: 1916-2001) によります。

「わからない」から「わかる」への情報量：エントロピー

「わからない」ことが全くわからないときは別として、ここでは「**どれであるかがわからない**」こととしましょう。したがって「**わからなさ**」(不確実性)は「**場合の数**」になると考えてよいでしょう。

郵便番号の例がわかりやすいでしょう。親番号(上3桁)子番号(下4桁)で、最小の番号は000-0001(北海道札幌市北区)から、最大の999-8531(山形県飽海郡遊佐町菅里)まであります。郵便番号も住所も記入されていない受取人氏名のみ郵便物は行く地域がわからず、すべてに可能性がありますからその推定は大変で、不確実性は膨大です。これが記入前です。記入後は様相が変わります。例えば、親番号=238となっていれば、地域としてはただ1通り(神奈川県三浦市)に特定されます。不確実性は1000分の1になりました。逆に記入したことの情報はある意味で1000という「場

合の数」で代表されます。次に、238 に対する 4 桁の子番号は 32 通りだけで、記入によって不確実性は $\frac{1}{32}$ になるに過ぎません。トータルでは、 $\frac{1}{1000} \times \frac{1}{32}$ となります。

ここで常用対数(あとでこれは修正する)をとると、(親番号部分) + (子番号部分) がちょうど和の形

$$(-3.0) + (-1.5050)$$

になって、たしたりひいたりできる文字通り「量」として整ってきました。あとは、不確実性の減少が逆に「情報」と考えれば、符号を反転して、情報量 = $3.0 + 1.5050 = 4.5050$ と考えることができそうです。

このように考えれば、確率(割合でもよい) p の事象が起きたことの情報量は、

$$H(p) = -\log p$$

と考えられます。これによれば、 p が小さい方が情報量は大きいと言えます。「犬が人を噛んでもニュースにならないが、人が犬を噛めばニュースになる」(当たり前のことには情報は無い=情報の本質)。

K 通りの事象 1, 2, ..., K の確率 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_K$ に対しても、その期待値

$$H = -p_1 \log p_1 - p_2 \log p_2 - \dots - p_K \log p_K$$

が、 K 通りのどれかが起きたことを知る(あるいは知らされる)ことの情報量です。これを確率分布 $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_K)$ の「エントロピー」と言います。

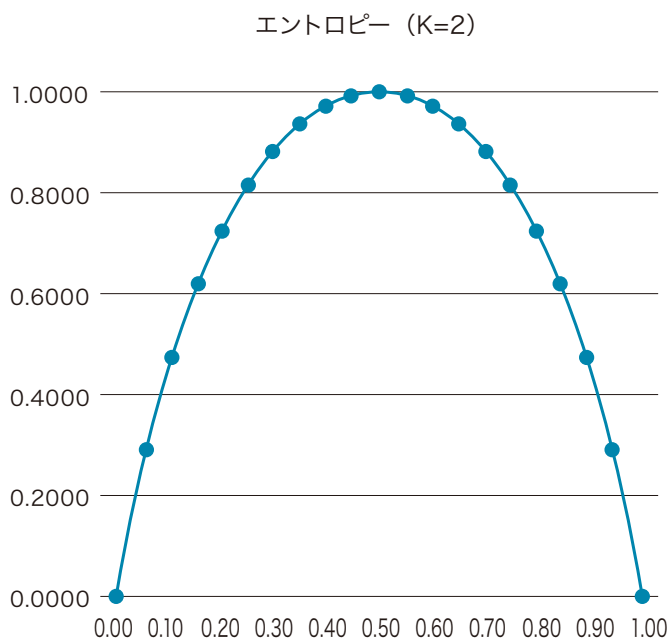


図1 エントロピー

情報量の単位「ビット」

量を測るには単位を決めなくてはなりませんから、エントロピーも最小の単位を決めなければ現実の量にはなりません。最小 $K=2$ で 2 通りの事象 0, 1 の場合の情報量は「場合の数」の対数で \log_2 だから、 $H \div \log_2$ で正式の「情報量」となりますが、対数の底の変換公式 $\log_2 a = \frac{\log_{10} a}{\log_{10} 2}$ を使い、今後は H の底 = 2 と約束します。その後、情報量の単位の呼称は、{0, 1} の何回分かによる「2 進法桁数」の英語「ビット」(binary digit = bit) で言うことになりました(統計学者テューキー J.Tukey)。

計算例1 場合が 2 通り A, B で、確率分布が $p_A = 0.9, p_B = 0.1$ なら、

$$H = -0.9 \log_2 0.9 - 0.1 \log_2 0.1 = 0.469 \text{ (ビット)}$$

ほとんど A と決まっているのだから、それを知っても得る情報量は少ないのです(逆ではありません)。

計算例2 同じく、確率分布が $p_A = p_B = 0.5$ なら、

$$H = -0.5 \log_2 0.5 - 0.5 \log_2 0.5 = 1 \text{ (ビット)}$$

A, B どちらであるか可能性は全く互角なので、どちらかに決まることによる情報量は大きいでしょう。実際、最大になります。実は p の関数

$$H(p) = -p \log_2 p - (1-p) \log_2 (1-p)$$

は、 $p = \frac{1}{2}$ で最大値 1 をとります(図1)。**練習問題**

計算例3 場合が 3 通り A, B, C で、確率分布が $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6})$ なら、今回は-を避け、

$$\frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{1}{3} \log_2 3 + \frac{1}{6} \log_2 6 = 1.459 \text{ (ビット)}$$

と計算してもよいでしょう。確率分布が $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ の等確率のケースの $\log_2 3 = 1.585$ より小さくなります。もともと A が出やすいから、計算例1と同様、その分獲得情報量は少なくなります。

符号化のエントロピーとコンピュータ・サイエンス

コンピュータあるいはコンピュータによる通信システムにおいて、すべての数字や文字、記号が 0, 1 で符号化されていることはデジタル社会に生きている我々にはよく知っています。情報の通信速度を高くするためには 0, 1 符号を効率に使うことが避けられない課題です。ここでも確率

論や情報理論、エントロピーがそれらの基礎として大きな役割を果たしています。Fano（ファノ）の符号化はそれで、頻度の高い文字には短い符号、低い文字には長い符号を当ててよい、とすれば最適効率で「詰め込む」ことができます*1。

こういうことは、「コンピュータ・サイエンス」に進みたい人は将来のために知っておくことが必須です (Global Standard)。簡単な例を練習として解いてみましょう。ここでは確率とエントロピーが重要な働きをします。

ただし、符号を元の文字に戻すとき、一通りでなくてはなりません（最後まで調べないと判断できないことがあってはなりません）。これを「瞬時復号化条件」と言い、先頭から順次復号化できることを言います。

確率の採取 材料になっている文章（ただし、簡単のために、使われる文字はA~Eの文字だけとします）から次の確率を採取しました。

	A	B	C	D	E
回数	15	7	6	6	5
確率	0.385	0.179	0.154	0.154	0.123

これを Fano の折半法で 0, 1 符号化すると、A ~ E は
 A → 00 (2), B → 01 (2), C → 10 (2),
 D → 110 (3), E → 111 (3)
 となります（カッコは符号長）。

Fanoの符号化

- まず、概ね確率を折半するように分割する（折半するところがポイント）

A B | C D E

- 左側に0, 右側に1を与える

A B C D E
 0 1 1

- 第2の分割に進み、同様の方法で0, 1を与える

A B | C | D E
 0 1 0 1
 0 1

- 3度目に進む

A B C D E
 0 1 0 1
 0 1

例として解いてみましょう。

0, 1, 11 は現れないので、先頭から一通りに、

0 1 1 1 1 1 0 ⇒ BED (ベッド)

1 0 0 0 0 1 ⇒ CAB (タクシー)

0 1 0 0 1 1 0 ⇒ BAD (悪い)

のとおり、元の文字を復号化 (decoding) できます。つまり、最初の符号 0 1 1 1 1 1 0 は、0 1 | 1 1 1 | 1 1 0 と区切る以外になく、瞬時復号化条件は成り立っています。

ここで、概ね、頻度の高い A は短く、頻度の低い E は長いと言えます。符号長の期待値 (平均符号長) は

$$L = 0.385 \times 2 + 0.179 \times 2 + \dots + 0.123 \times 3 = 2.28 \text{ (ビット)}$$

ですが、これをさらに大幅に短くできるでしょうか。できそうにありません。瞬時復号化条件が破れ、符号として使いものになりません。実は、平均符号長は決してエントロピーを下回ることはできないのです。エントロピーは

$$H = -0.385 \log_2 0.385 - \dots - 0.123 \log_2 0.123 = 2.186 \text{ (ビット)}$$

だから、Fanoの符号化はかなり最適に近くなっています。ただし、見てのとおり、わずかな改善の余地があり、Huffman (ハフマン) の符号化が知られています。

A → 0 (1), B → 100 (3), C → 101 (3),
 D → 110 (3), E → 111 (3)

平均符号長は $L = 2.23$ で、Fano の符号化より短く済み、上に述べた最適の 2.186 に肉薄しています。

まとめ 確率を用いて情報量 (エントロピー) を表現でき、さらにそれを基礎に情報を符号化することで、「確率」は微積分と並んでDXの基礎知識として不可欠となっている。

第8回予定 ゲーム理論

なぜ「ジャンケン」ゲームは予測できず、必勝法もなく (確率的にしか決まらず)、決まるまでいつまでも続くのでしょうか。実は「ゲームのルール」を変えると、結果が予測できるようになるのです。❖

参考文献

*1 松原望・森本栄一『わかりやすい統計学—データサイエンス応用』丸善, 第5章

【第7回】

X線 (X-rays)



元徳島県公立高等学校 教諭

西條 敏美 / さいじょう としみ

1950年徳島県生まれ。関西大学工学部および同大学院修士課程で気体電子工学専攻。卒業後35年間、徳島県の公立高校で理科(物理)教員として勤務し、2011年定年退職。1982年に徳島科学史研究会を創設。理科教育の立場から科学史の活用に関心を持つ。科学史を取り入れた高校教科書『理科基礎』(実教出版)の共同執筆にもかかわった。おもな著書に、『理科教育と科学史』(大学教育出版)、『測り方の科学史(I)(II)』、『単位の成り立ち』(以上恒星社厚生閣)、『物理定数とは何か』(講談社ブルーバックス)など。趣味は毎日1万歩、1時間15分歩くこと。現在地球の全周の100分の95を達成。

名前の与えられていない事象は見えども見えざる、あってなきがごとき状態にある。それに言葉を与えることが発見になる。

外山滋比古(1923~2020)
「発見について」(1968)より

19世紀末には自然の奥に潜む事象の大発見が立て続けにありました。1895年のX線の発見、翌1896年の放射能の発見、前回取り上げた翌1897年の電子の発見の3つがそれです。いずれも陰極線研究の過程による発見と言えます。

今回はX線の発見を取り上げます。発見者はレントゲンで、その発見過程、伝搬、本性とともに、とくに用語の成り立ちを見てみます。

第1報の概要

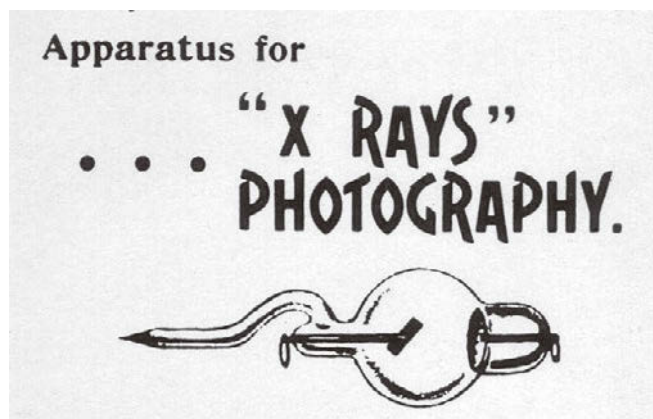
X線の発見を告げる第1報は、『ヴェルツブルク物理・医学協会報告』の1895年版にドイツ語で発表されました。このときレントゲンは50歳でした。論文は全17節の短文で構成され、図版も入っていません。実験の概要と原因の推察が述べられている第1節は次の通りです。

「リウムコルフコイルの放電を、十分に排気されたクルックス管で起こし、管を薄い黒い板紙でぴったりと覆っておく。完全に暗くした部屋の中で、白金シアン化バリウムを塗った紙のスクリーンを装置の付近に持っていくと、放電のたびごとに、スクリーンの塗装面が、放電装置に面するかいなかに関係なくスクリーンが明るく輝く、つまり蛍光を発するのが観察される。蛍光は装置から2m離れたところでもなお認められる。蛍光を起こす原因は放電装置にあるのであって、他の箇所からで

はないことは容易に確かめられる。」

要するに、当時流行して陰極線の研究していたレントゲンは、陰極線管を黒い紙で覆って実験したところ、2mも離れたところにあつた白金シアン化バリウムを塗った紙が蛍光を発することを偶然見つけたのです。

第2節では、この未知の放射線は黒い紙を通すので、代わりに色々なものを間に置いてみた結果を述べています。1000頁の本でも、銅、銀、鉛、金、白金のような金属でもあまり厚くないときには通過したとあります。0.2mmの白金では通過したが、厚さ1.5mmの鉛では通過せず、手を陰極線管とスクリーンの間に置くと、手のかすかな影のなかに手の骨の暗い影が見えたともあります。



当時のX線管の一例(1897年、業者広告の一部)
アンドレード著、三輪光雄訳『ラザフォード』(河出書房)
口絵写真より。以後、改良が進んだ。

第3節以降でも、この不思議な放射線の性質が述べられていきます。明らかにこれまでに知られていない放射線です。それゆえ「新しい型の放射線 (Strahlen) についてI」と題して発表されました。

X線と命名

この未知の放射線にどんな名前をつけるのか。第1・2節で「蛍光を起こす原因」「ある種の作用因」などという言葉で述べたあと、「数 cm の厚さの硬質ゴム円盤もなお、Strahlen(放射線) を通過させる」と書いたくだけで、注として、「X線」の名前を提案しています。

「簡単のために、Strahlen なる言葉を用いるが、特に他と区別するときは、X-Strahlen (X線) という名前を用いたい。」

この後の文章では、X-Strahlen の語に集約されて、記述が続きます。第14節では、本文において、Strahlen という語について注意を呼び起こしています。

「放電装置から出てくる作用因に対して、Strahlen という言葉を用いることの正当さは、多少透明な物体を、装置と蛍光スクリーン (あるいは写真板) の間に置くととき現れるきわめて正常な影の形成に幾分かは由来している。」

未知の放射線は、はっきりと直進するので、Strahlen という語を採用し、さらに未知を意味する「X」を冠して、X-Strahlen と命名したと述べているのです。

Strahlen という語は、英語の Rays に対応します。どちらの語も、light (光)、radiance (輝き) などの意味を持つ語として古くからありました。科学語として使用し、後に影響を与えたのはニュートンの『光学』(1704) でした。彼は、英語でこの書を書き、冒頭で、the Rays of Light の語を用い、その後はたいてい the Rays の語で表現しています (この書の日本語訳では、いずれも「射線」と訳)。X線の発見につながった Cathode-rays (陰極線) という語も20年も前から使われていました (最初に使ったのは、1876年ゴールドシュタインとされます)。

一語なりとも疎かにせず

X線の発見はきわめて重大であるとレントゲン自身も自覚し、きわめて慎重に、きわめて迅速に事をすすめたようです。発

見は1895年の11月8日とされます。彼はクリスマス明けまで研究室にこもりました。間違いがないか何度も何度も実験を繰り返しました。論文にまとめるにあたっては、「必要でない言葉は一語なりとも絶対用いない」が彼の姿勢でした。緻密な彼の人柄を思うと、自然と納得もいきます。

12月28日、できあがった論文をヴェルツブルグ物理・医学協会に提出しました。本来なら会場で読まれるのが普通ですが、内容が重大であったために受理されて、同年の協会報告に掲載されたのです。翌年1月1日にはもう別刷が出来上がってきました。レントゲンは、別刷と夫人の手などの透視写真を添えて、数十人の友人・知人の学者に送りました。

1月5日、隣国ウィーンの新新聞が「センセーショナルな発見」と題して報じました。この報道は翌6日、電信によってロンドンから世界各国に伝えられます。12日には皇帝ウィルヘルム2世の前で御前実験、23日にはヴェルツブルグ物理・医学協会の会場で歴史的な講演を行いました。

遡る1月4日、ベルリンでのベルリン物理学会創立50周年祭にはレントゲンは出席していなく、彼の発見はここでは大きく取り上げられませんでした。会場の片隅に設けられた実験機械類の展示場の横に、彼の論文別刷と透視写真が並べられただけでした。レントゲンが出席しなかったのは、第2報論文の研究で多忙だったからとされます。第2報論文は、同名の題目IIとして、3月9日に提出されました。第18節と第19節の2節だけで成り、第1報と併せて一つの論文でした。

この50周年祭に日本の長岡半太郎が参加していました。この発見に注目した彼は、2編の速報記事を書き、日本に送りました。同年3月25日の『東洋学芸雑誌』にはその記事が出ています。「レントゲン氏エクス(X)放射線」と「柏林物理学会50周年祭報告」がそれです。同年3月には山川健次郎がX線追試実験を行い成功しています。その迅速さは驚くばかりです。この1896年の1年間だけでもX線に関する出版物は1000点を超え、うち49点の書籍が出たといえます。5年後の1901年12月、レントゲンは第1回ノーベル物理学賞を受賞しています。

X線か、レントゲン線か

先述の1月23日のヴェルツブルグ物理・医学協会の会合は、レントゲンにとって荣誉あるものになりました。ここで新発見

のX線について講演をしたのです。多くの学者、名士、新聞記者などが詰めかけていました。講演嫌いな彼にとって、これが最初で最後のものになりました。講演の締めくくりとして、長老の解剖学者ケリカーの手のX線の写真を撮るという公開実験が行われました。撮影された写真が提示されると、驚きと感謝の拍手が鳴り止みませんでした。お礼の言葉として、ケリカーは、過去48年間この会合に参加してきたが、これほど素晴らしく価値ある発表はなかったと語り、このX線をX-Strahlenではなく、発見者の名前に因んで、Röntgenstrahlen(レントゲン線)と呼ぶことを提唱したのです。参加者一同この提案に心から賛同する大喝采が延々と続き、その場は異様な興奮状態となったといえます。

これ以後、多くの人々がレントゲン線と呼ぶようになりました。しかしレントゲン本人は自分の名が用いられることを嫌い、X線の語を使い続けました。発見間もない頃のJ.J.トムソンやマリー・キュリー、ラザフォードの論文を見ると、確かに、Röntgen-raysの語を使っています。ただラザフォードは6年後の1901年の論文ではX-raysの語を使い始めています。

X線の本性と名称

それではX線とは何なのか。レントゲンの実験では、電場や磁場で屈曲しませんでした。陰極線も当初は電場や磁場で屈曲せずに、波動なのか(主としてドイツで)、帯電粒子なのか(主としてイギリスで)、論議されました。

レントゲンは、第1報の末尾第14節で、その本性についての見解を述べています。つまり、「X線はエーテル内の縦振動に帰せられるべきではないのか」として、こんな説明があります。

「エーテル内には光の横振動(横波)のほかに、縦振動(縦波)もまた現れうるし、多くの物理学者の見解によれば、現れなければならないことが永く知られていた。もちろん、その存在は、まだはっきりと証明されたわけではない。…私は、この解釈を与えるために、なおしっかりした基礎づけが要求されることを十分に意識しているが、益々この見解に傾いてきたことを認めなければならない。」

しかし、3か月後の第2報でも、2年後の第3報(1898)でも、本性の問題には立ち入っていません。第3報の題目が「X線の性質に関する追加観察」がよく表すとおりですが、

文末ではX線の回折現象について言及しています。これが確かめられればX線は波動となるからです。

「この線で回折現象を捉えようと再三努力してきた。十分な確実さで、X線回折が存在することを確信できるような実験を記録できなかった。」

X線は粒子なのか、レントゲンがいうように波動現象なのか、多くの学者が実験を繰り返し、論議しました。1899年には、オランダのハガとヴィントは、波動だと言及しています。そののち10年以上もして1912年、フランスのラウエらが、結晶を回折格子としてX線回折の実験に成功して、X線の波長を精密に測定したのです(10^{-9} cm程度、可視光の1万分の1)。ここにX線は、可視光と同じ電磁波の一種として認識されるとともに、結晶が格子構造を持つことも同時に証明されたのです。なお、彼らは、Röntgenstrahlenの語を用いています。

おわりに

X線の正体が解明されたからには、もう「X」ではないことになります。X線を区別する語として、軟らかいX線と硬いX線(soft X-rays, hard X-rays)、あるいは特性X線と連続X線(characteristic X-rays, continuous X-rays)などの語もほとんど定着していきました。何か他の適当な名称に替える必要はなかったのです。というよりも、その発見とともに、世界中の一般人にまで、この語は広まったというのが本当のところです。

X線か、レントゲン線かについても対立も起きていません。レントゲン線の名称はレントゲンの祖国ドイツや医学関係者ではよく使われますが、物理系の人々の間ではX線がよく使われて今にいたっています。

発見者のレントゲンはその後78歳まで生き、多くの称号が贈られ、栄誉に包まれましたが、自らX線研究を深めることはなく、3編の論文を残しただけでした。❖

文献案内

- 物理学史研究刊行会編『物理学古典論文叢書』第7巻(東海大学出版会)。
- 山崎岐男著『X線の発見者W.C.レントゲン』(大樹舎)。
- 青柳泰司著『レントゲンとX線の発見』(恒星社厚生閣)。

清水静海先生と教大研

千葉大学名誉教授

島田 和昭 / しまだ かずあき

1950年生まれ。東京教育大学理学部応用数理学科卒業後、同大学教育学研究科修士課程進学。和田義信先生に師事、数学教育学を専攻。筑波大学博士課程を経て、三重大学教育学部で4年間、千葉大学教育学部で28年間、現在に至る。



▶ 1 はじめに ～教大研への参加～

東京教育大学名誉教授 和田義信先生の下で長期研究生として指導を受けた5名の方々が、研究生の時代と同じように和田義信先生の下に集い、研究を継続したいと願って発起人となり、1956年に『東京教育大学数学教育研究会』として研究集会を持つようになった。その後、1976年に東京教育大学廃学のために『教大研』と名称変更された。研究会の指導者は、和田義信先生を筆頭として門下生である大学の教員であり、会員は小中高の教員の方々であった*1。

清水静海先生は、東京教育大学理学部数学科、私は応用数理学科で2学年違いであった。修士課程で和田先生に師事したときから教大研に参加させていただき、講義の記録起こしなどのお手伝いをさせていただきながら、小学校や中学校の算数・数学指導の研究、現状と問題点などを知ることができた。また、清水静海先生は学部時代に数学科教育法の授業を受講していて、和田先生が数学教育で大事にされていたことに触れる機会が多かった。

▶ 2 教大研の指導者として ～基礎となる教育観～

清水静海先生は、愛知教育大学に赴任した年から教大研の指導者に加わり、数多くの講演と分科会での実践研究の指導を行ってきた。初めての講演から第3回目までの講演では、同一のテーマがとられ、数学教育において大事にされていた教育観がよみとれる。

これらの講義は、子ども達の成長と算数・数学の指導の在

り方について示している。その考えは和田義信先生の数学教育観を受け継ぐ考えであり、教大研の数学教育の基盤となる考え方でもあった。算数指導の要点は、児童生徒の直観から論理へと認識が洗練されていく過程に教師が適切な関わりを持つことが示されている*2。

このことを「みる」という行動の質的な違いをもとに語っている。「みる」は「視る」、「見る」、「観る」があり、視覚的に具体的な事実を「みて」、それらが「わかり」、数学的に「みなおす」という過程により数学的な認識が進行する。算数・数学の学習を「探究の過程」または「知的な創造の過程」とするための大事な観点である。

数学の学習指導について基礎的なアイデアを和田義信先生が記述している資料から、具体的な小学校の教材と中学校の教材を用いて展開している。例えば、「子どもたちの見る目を開く」要点として以下のことが上げられている。

- ①その契機として、子どもの考えを生かす。
 - ア 誤りを生かして、その乗り越え方を指導する。
 - イ 多様な考えを生かして、不十分なものをよりよくする仕方や相互の関係づけの仕方を指導する。
- ②一つ一つの問題を大切にする。
- ③既習のことに結びつける、よみ込む場を「見る目」を開く場として生かす。

「どのような人間の育成をめざすか」として、次のように記述している。

誤りや不十分なものを乗り越えることを通して、向上心が旺盛で自己評価の厳しい人間を育成する。このことは、算数・数学の理解にも深くかかわるものである。

以上のように、子どもの成長を数学の学習と一体化した教育観は教大研の教育観でもあり、清水静海先生は理論的・実践的にその教育観を強く支え発展させてきた。

▶ 3 思想を引き継ぐことの難しさ ～理論と実践を通して～

和田義信先生は、戦前から戦後にかけて文部省において、日本の数学教育を発展させ、また、立て直してきた人である。特に、終戦後には駐留軍との折衝の中で数学教育のレベルを下げずに人間形成の一環としての数学教育を目指してきた。

教大研は私的な研究会であるという特性から、和田義信先生の間人愛に裏付けられた教育観に基づく思想が基盤であった。存命中であっても教大研の提案されたものについて「私の言いたいことが伝わっていない」と嘆息されたことがあった。確かに、和田義信先生の考えはなかなか難しい。その考えを最も良く理解し引き継いだのが清水静海先生であった。

教大研の分科会で提案される研究テーマは指導法関係と教材研究関係がある。小学校の算数の提案、中学校の数学の提案はこれらのテーマのもとに、ある内容に焦点を当てて実際の授業を行ってその結果とともに提案がなされていた。しかし、和田義信先生の考えておられたものとは異なるような提案も多かった。

清水静海先生は、和田義信先生の著作・講演集をもとに、2014年1月集会の講演で教大研会員4名の方々の提案に対して研究の在り方を具体的に示している。清水静海先生が大学時代に受講した数学科教育法では、和田義信先生がG.ショケーの示した数学的活動を再三取り上げていたとのこと。数学活動は、「観察」、「数学化」、「演繹」、「応用」の過程があり、学習もその過程にそって展開されることが必要ということ。提案された内容は、これらの用語を持って表現されているが、提案の中ではその趣旨が反映されていなかった。

「～先生の提案では、和田義信先生の著作・講演集からのそのままの引用ではなくて、肝心なところだけ使われています。…中略… この議論の中には観察・数学化・演繹・応用という話しは一切ないわけです。…しかし、書かれている内容は後に書かれている観察・数学化・演繹・応用の議論とほぼ同じです。」*3

「この文脈で、コンパクトに事例としてまとめられているものは、講演集の中では、先ほどの分数のわり算、それから円周角の定理が中学校の事例で載っています。もう一つは後から出てきますけれども正の数・負の数の拡張です。」*4

現場での実践研究と教大研で目指してきた事柄との橋渡しをこのように理論的かつ実践での具体的な指導提案との関連をつけて明確に示してきた。事実を教師が提示するような指導ではなく、子ども自身による活動を観察し、帰納的な過程を経て事実として認識した事柄を数学的に反省していく学習過程とは異なっている提案に対して、その提案の良いところを認めながらも、不十分なところを提案者が自覚できるような配慮をしながら和田義信先生の考えを敷衍されてきた。

具体的な算数・数学の提案について、子ども自身が独立した人間として自立できるような過程を数学の学習で実現しようとした和田義信先生の思想を、清水静海先生は教大研の提案者である小学校・中学校の先生方に数学教育研究という場で根気強く行ってきたのである。

▶ 4 おわりに

清水静海先生は、和田義信先生の数学教育についての考えを最も良く理解し、第1の継承者として教大研での実践研究の中での敷衍と改善をし続けたと言える。理論は実践によって検証される。このように理論研究と実践研究との橋渡しの仕方を今後私たちが引き継いでいかなくはという思いを改めて考えさせていただいた。清水静海先生の冥福をお祈りすると同時に、今までの教大研での活動を感謝してやまない。❖

参考文献

*1 和田義信編 『佐渡集会報告書』 1957

*2 教大研 『研究資料 Vol.26 No.5』 1985

*3 教大研 『研究資料 Vol.54 No.3』 2014

*4 『和田義信著作講演集』 東洋館 1997

澄んだ心でものを観る

茨城大学名誉教授／元 文部科学省初中局主任視学官

根本 博 / ねもとひろし

1950年生まれ。1981年 筑波大学大学院教育学研究科博士課程満期退学。北海道教育大学、愛知教育大学助教授を経て、1991年文部省（現 文部科学省）初中局中学校課・高等学校課教科調査官、2002年同初中局視学官、主任視学官。2006年茨城大学教授、2017年同名誉教授。専門は数学教育学。知識論、認知科学に基づく数学教育研究。



天井が高い院生の控え室で、肩越しに「根本くん…ですか」、私が「はい」と振り向くと、静かな物腰で「M2の清水です。よろしく」と、ヒモで結わえた教大研（「東京教育大学数学教育研究会」の略称）刊行の研究資料をドンと渡された。これが清水静海先生との最初の出遭いだった（1974.4）。

一つ年上の先輩として、この近い関係は普通にずっと続くはずだった。時の流れはときに冷酷である。届いた訃報に、一瞬その流れが途切れたように感じた。《逝くものは…》と、ため息言葉が浮かんで消えた。あれから二年が過ぎた。

▶ 1 誠実に忠実に

同氏の修士論文は明治期の幾何教育だった。我が国における西洋数学、とりわけ幾何の定着に尽力した菊池大麓、藤沢利喜太郎などの著作は普通に現れる。論述はもとより史実の特定には精確を要するが、その緻密な調べに感銘を受けた。当初は、純粋数学の曲面幾何学に興味があったと言う。

それが数学教育研究を志すことになったというので、その理由を尋ねたことがある。そのとき伺ったことが、ある小冊子に載っていた。それは純粋数学探究の体験からではなく、師父と仰ぐ和田義信先生の「数学とは何か」を問い続ける姿に接してからであると、その心情を次のように述べている。

「数学が数学的な事実の理解や体系的な整理をこととするにとどまらず、新しい事実の発見にかかわる創造的な活動であり、また、ある価値、審美的な価値を追究する営みに触れることができたことによるといえる。〈中略〉（和田先生の）「数学は、新しい事実の発見にかかわる創造的な活動である」や「数学は審美的な価値を追究

する営みである」については、それまでには思いもよらなかったことだけに、[目から鱗…]であり、大変新鮮な気持ちで受け入れることができた。「理解」や「数学のよさ＝審美的な価値」に関心を持つようになったのはこの頃からであり、「算数・数学教育は子供たちに何をもたらすのか」「子供の人格の形成に如何なる貢献ができるのか」など、算数・数学の学校教育における役割について考えるようになった。」（「和田義信先生語録」1996）

せめてその^{ひとかけら}一片でも…と思うほどの誠実さに溢れている。

これが、後に携わる学習指導要領改訂（1989年3月告示）の作業における同氏の基軸となったように思える。同指導要領算数科の目標、指導項目等、文言逐一に及んで解説した書がある（「改訂小学校教育課程講座 算数」ぎょうせい 1989）。

「よさの感得」*appreciation* や「理解」*understanding* についての子細な論述、そして学習方法論としての「思考実験」*thought experiment* の奨励もある。‘解説’である。通常「～することになった」とか、「～を意図している」とか、「～の一層の改善を図る必要がある」という表記になる。こうした文章に溶け込ませ一箇所だけ願いを込めた部分がある。

そこには「どの子供にも創造的な学習を体験させたい。つまりほんのわずかなことでもよいから、教わったことをもとに独力で新たなものを生み出す体験をもたせたい」と刻むように記されている。一冊の書でこだけ語尾の表記が異なる。内に秘めたことをどうしても書き残したかったのだと思う。澄んだ心でものを観る眼は一層研ぎ澄まされていた。

▶ 2 穏やかな余韻

人事は、所詮、^{ひとごと}他人事。願っても叶うものではないが、形^{かたち}

としては背中を追って文部省（現文部科学省）初中局中学校・高等学校課教科調査官の職に就くことになった（1991.4）。その頃は、新教育課程実施の準備期（いわゆる移行期）である。普及徹底の業務以外にも、多岐に及ぶ責務を負う仕事が矢のように飛んでくる。氏の席は廊下を隔てた同小学校課だった。が、往時を語る時間など、ない。せいぜい「中等教育資料」（文部省刊行）数学科、私の初回稿について、常体か敬体かを尋ねた程度。ついでに「初等教育資料」算数科と「中等教育資料」の数学科、後者執筆担当は「ほぼ毎月連載で、配当紙数が少ない」と少々不満気に話すと、「小学校の先生は全教科を指導しているからなあ」と。そのときは「えっ？」と思うが、考えてみると「そういうことか」とわかる返事である。思えば、「ソレは何々だからなあ」という言い回しが私には多かった。独特である。結論を推察するに足る前提を述べる。天性のものか、尋ねる相手は毫も傷つかない。

▶ 3 未来への構想

前述の学習指導要領改訂の作業に区切りが付いたこともあり、ほどなく筑波大学へ転任された。本省で重なった期間は約半年ほどである。その後、風の便りに教科用図書（いわゆる「教科書」啓林館）の作成に関わっているとも聞いた。

行き来が少し遠退いたと思っていた頃、将来の数学教育を見据えた図書出版の相談で中学校課に顔を出された。執筆陣は、我が国の数学教育を牽引する著名な大学教員（研究者）、並びに全国の優れた実践者（実践事例提供者）、総勢250名を優に超える。空前の規模、壮大である。同氏を編集代表者とする「CRECER（クレセール）中学校数学教育実践講座」全17巻（（株）ニチブン1995）は、こうして世に出た。

数年して、同氏が再び視学官室を訪ねてくれた。今度はFRESCO（フレスコ）同実践講座 CD-ROM 版「理論編」4冊（CD10枚）の企画（発刊（株）同2003）。全国の数学教員の労作を教師間で共有交換し合い、相互活用、質的向上を図ろうとするものだった。並の力量^{capacity}ではない。日数教の会長や日本数学検定協会の理事長も務め、数学教育発展のために奔走された。常日頃、人との触れあいを大切にしたい証^{あかし}でもある。惜しみなく力を注いだその先にはきっと夢に描く光景があったに違いない。

▶ 4 機微をよむ

私はと言えば、遠慮もなく省内の仕事の支援を請うた。むしろ転任後の方が接する機会は増えた。「全国学力・学習状況調査」（前教育課程実施状況調査）もその一つ。過去の経緯もあり、数十年ぶりの悉皆調査に省内はかなりピリピリした状況の中、同氏の安定感に幾度となく救われた。とは言え、業務に追い立てられる小胆者の記憶は断片的である。脈絡は定かではないが、あるとき「彼の人はなぜそんなことを言うのか、と思うことがある」と投げかけた。すると、同氏は「賢い人の言うことは^{あと}後になってわかるからなあ」とまたいつもの調子。そう言われると思いついた節が無いではない。凡庸なりに「そうかも知れない」と思うし、こんな言葉を持ち合わせる人間になりたいと思ったりもした。

関連して、生徒指導要録に関わる「評価」について、「目標に準拠した評価」（絶対評価）実施のための「評価規準の作成」（2002）もお世話になった。歴史的にこれは改訂作業で初めての試みだった。中央省庁の再編もこの頃だったか。こうした作業をもとに「数学教育の挑戦 --- 目標準拠評価と数学的な洞察」（拙著 東洋館2004）をまとめた。とある学会誌に同氏による書評が掲載された。[まえがき]に書いた「（数学の学習は）自己の発見である。思考は曲折を伴うが、それだけに発見したときの喜び、驚きは鮮烈である。それゆえに生徒にはコツコツ積み重ねることの尊さを自覚させたい。＜中略＞人間の素晴らしさに触れ、その感動を分ち合えるのが数学の学習である。この経験を幾重にも重ね、自立する心を磨き育てる数学教育を推進することが大切である。」が引用されていた。「同じ釜の飯を食った仲」とも、また、末尾には書名が「数学教育への挑戦」でないことを目に留めて、読者には「筆者が意図することの解説を期待します。」とも付記されていた。敬愛する先輩から盟友と呼ばれることは恐れ多く、気恥ずかしい限り。けれど、込めた思いを受け止めてもらえたことは素直にありがたく思った。

年が近く互いに論も交わしたが、その折に見せる数学教育研究に立ち向かう峻烈な厳しさや、実践に励む算数・数学の先生方を懇切丁寧に導く際垣間見える優しさは、脳裏に焼き付いている。遠に峠は越したが、その姿はこれからもずっと私の人生の指針となり続けると思っている。❖

これからの学校教育の充実に向けて思うこと

栗原 宏成 / くりはら ひろしげ

1962年東京都生まれ。東京都立小学校教諭、東京都教育庁指導部指導主事、東京都教職員研修センター研究部指導主事、台東区立黒門小学校副校長、千代田区立昌平小学校長、東京都教育庁指導部主任指導主事、東京都教育庁都立学校教育部教育改革課長、東京都教職員研修センター研修部教育開発課長、東京都教育庁指導部義務教育指導課長、文京区立湯島小学校統括校長、文京区小学校長会長、東京都小学校算数研究会授業研究委員会副委員長を歴任。現在、帝京平成大学人文学部児童学科小学校・特別支援コース教授、同大学教職センター長。



1) はじめに

平成29年3月に学習指導要領が告示されてからすでに7年を経過しようとしており、早くも次の改訂が近づきつつあります。この間、新型コロナウイルス感染症の拡大といった不測の事態を乗り越え、各学校では、「主体的・対話的で深い学び」という学習指導要領の主旨の実現に向けて不断の努力をされ、成果を上げていることと思います。Rimse東京懇談会では、少しでも各学校の支援につながるよう、教員の育成・研修にスポットを当て、協議会を継続して開催し、資料の提供に努めてまいりました。本稿では、近年深刻な問題となっている教員不足を念頭に、私見を述べたいと思います。

2) 教員採用の現状と対応

図1は、小学校教員採用の受験者数の内訳を表したものです。新規学卒者（濃い灰色）の割合がほぼ横ばいであるのに対して、既卒者（薄い灰色）の割合が減少し、これら以外の受験者の割合が増えていることがわかります。

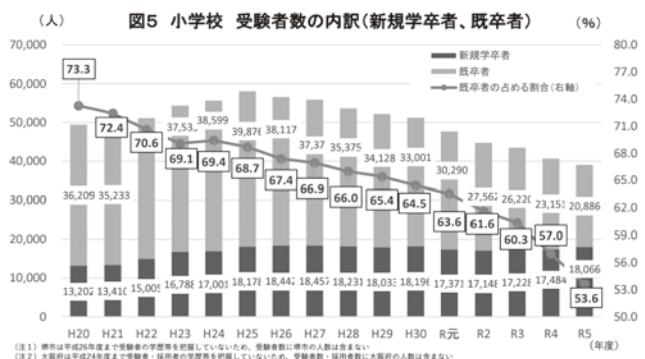


図1 小学校 受験者数の内訳(新規学卒者、既卒者) 文部科学省

同じ文部科学省の資料には、採用数の推移も示されています。近年の推移で、採用数が最低であった平成12年と比較して、令和5年度の採用数は、小学校では約5倍弱、中学校では約4倍弱となっています。これらのことから、教員採用の現状は、新規学部卒業生の割合は変わらないものの、既卒者の割合は減少していること、また、倍率の低下には採用数の増加も関わっていることがわかります。加えて、教員の仕事は大変だという「負の部分」に光が当たって社会に認知されてしまっていることが挙げられます。このような背景がある中、国や自治体はさまざまな対応をしています。

いくつか挙げますと、一つは給与や働き方をはじめとした条件面での待遇改善です。新卒者が職業を選択する際に重要なポイントとなるとともに、現職の皆さん方にも関係していることで、歓迎すべきことでしょう。

二つは、教員採用選考の見直しです。簡単に言うと、選考試験の実施時期の前倒しや複数回化、採用選考の試験内容の軽減などです。全国的には5月実施の自治体が増えてきていますが、教育実習期間とも重なることが多く、各学校に日程調整等ご配慮をいただいているところです。一方、試験内容の軽減に関しては、例えば、東京都では令和5年度から二次選考における集団面接及び単元指導計画提出の廃止、茨城県では令和7年度から一次選考における教職専門の廃止などの取り組みが見られます。これらの改革を経て学校現場に採用された先生方もすでにおり、今後さらに増えていくということになります。

3) これからの教員養成

一般的には、教員の仕事は大変だというイメージが浸透しつ

つありますが、新卒者の受験割合はほぼ変わりません(図1)。このことから、私は、比較的意欲の高い学生が教員養成系の学部を受験し、教員になろうとしているのではないかと希望的に推測しています。

さて、そんな学生を大学としてどのように養成しているかについて、本学の場合を例にご紹介します。まずは、学校の協力を得て、1年生の後期に学校インターンシップを行います。週1回、一日を通して学校現場の実際を経験します。これは、学生の視点から教員の視点へ教育の見方を転換させるものであり、また教職への意欲を喚起するきっかけとなる大変重要な取り組みです。まだまだ学校の戦力にはならない大学1年生の配置を始め、丁寧に指導して下さる配置校の皆様には感謝しかありません。そして、2・3年生で小学校の教科等について、学内で模擬授業の複数回実施します。さまざまな教科において、並行して模擬授業を実施しますので、授業づくりで学生は大忙しですが、一つの授業にかける現場の先生方の思いの一端を知る機会にもなっています。こうした経験を経て、4年生での教育実習に臨みます。教育実習については、その在り方について検討がなされていますが、どのような形となっても自らが教員となって臨む期間は、かけがえのない時間であり、教職の大変さと素晴らしさ、そしてやりがいを学生たちに感じさせてくれます。その達成感が教員採用選考に向けた原動力ともなっています。

このように、教員養成は大学だけで行われているものではなく、学校現場と協調して初めて効果があるものだと考えており、日常業務で忙しい中、支えて下さる学校や先生方には本当に頭が下がる思いです。

大学としては、教員としての力をつけて学校現場に送り出せるよう努力をしていますが、十分なレベルに高めることができない場合もあるのが実態です。それでも、現状の採用倍率では合格することもあります。そこで全員ではないのですが、卒業後の状況を実際に確認して必要な支援を行う取り組みを実施し始めました。私自身も実際に学校に行き、新採1年目である卒業生の状況を確認しています。印象に残っている卒業生は、コミュニケーション能力は高いものの、学習指導に関してはやや不安があるといった学生でした。そこで、実際の授業の様子や、休み時間も含めた児童との関わり方を観察するとともに、管理職や本人と懇談を行いました。話をする中での本人の第一

声は「毎日、楽しいです」でした。この一言に、新卒としてのこれまでの状況のすべてが集約されており、配置校において丁寧に指導され、成長しているということを実感しました。

教育実習等ですでに学校の力を借りている教員養成ですが、初任者の配置校での状況を見るにつけ、やはり大学だけでは教員養成は完結しないということを改めて感じました。また、配置校の先生方のご指導のありがたみを実感するとともに、忙しい中ですが、初任者を指導することが、現場の先生方にとって少しでもご自分のご指導にも役立つものであればと願っています。

4) これからの学校教育の充実に向けて

まとめにかえて、これからの教育の充実について少し考えてみたいと思います。

国や各自治体が行っているさまざまな改革の主眼は、教員不足に対応するため、教員の量の確保にあることだとわかります。環境面が整うことで、優秀で意欲のある教員の確保がこれまで以上に進むことを願ってやみません。

一方、もう少し長い時間軸での取り組みについてはどうでしょうか。立場上、教員養成系の学部に入学を希望する学生の面接を行うことがあります。入学志望理由を問うと、学校種はさまざまですが、必ずと言って「いつも自分たちに寄り添ってくれた」「困ったときに助けてくれた」「親身になって叱ってくれた」などといったモデルとなる先生が存在し続けています。長い時間軸で考えると、子供の頃からのさまざまな先生との出会いや関わり合いなどが原動力となり、教職志望に結びつくのではないかと考えています。

今行われている国や自治体の改革をプラスにとらえ、子供との時間や先生方自らの資質向上などに生かしていくことが、教職をあこがれの職業・目指す職業とする原動力になるとともに、ひいてはこれからの教育の充実につながると思います。厳しい環境下にある学校教育ですが、同じ教育の世界に身を置く者として、後輩の育成に努力するとともに、すべての先生方にエールを送ります。❖

出典

令和5年度(令和4年度実施)公立学校教員採用選考試験の実施状況のポイント【文部科学省】

数学者・永田雅宜氏を通じた 学習風土づくりのその後

～伝記本の出版まで～



愛知県大府市立共長公民館 館長

古田 功治 / ふるた こうじ

1965年愛知県生まれ。1989年愛知大学文学部史学科日本史専攻卒業。2023年名古屋大学大学院博士後期課程修了。博士（歴史学）。1989年大府市役所入庁。2004年大府市歴史民俗資料館館長。2021年より現職。文化財保護や社会教育施設の管理運営に携わり、公民館事業での数学に関する講座の実施運営に取り組んでいる。ライフワークで京都や愛知の寺院の歴史について研究している。

『永田雅宜氏プロジェクト』の現在

前大府市教育長 宮島年夫氏は、『Rimse』No.24（平成31年2月）に、「考えることは楽しい」を学習風土に」と題する内容で『永田雅宜氏プロジェクト』の概要を示しました。まず、同プロジェクトでは三本柱が示されていますので、これに基づいた取り組みを紹介したいと思います。

『永田雅宜氏プロジェクト』の三本柱

- I 永田雅宜氏の思いを継承し、大府市らしい学習風土、学習気質を醸成します。
- II 永田雅宜氏の功績、考え方に触れることにより、氏を育んだ大府市への愛着、郷土愛（誇郷）を醸成します。
- III 永田雅宜氏の関連した様々な活動により、大府市の認知度、注目度を全国的に高めます。

【令和3年度】

『永田雅宜氏プロジェクト』の整理と、公民館事業に位置付けた算数・数学に関する講座の企画立案を実施しました。

【令和4年度】

本市は算数・数学の講座を永田雅宜氏にちなんで「ながラボ^{*1}」と命名し、算数・数学の面白さ、楽しさを広め、前向きに取り組む子供たちの裾野をひろげることを目指しました。そこで、日本お笑い数学協会に依頼して、漫才の要素を取り入れた、楽しく算数・数学を学べる「お笑い算数」の講座を初開催しました（図1）。また、数学に興味をもつ子供たち向けに、大学で数学を研究している教授を招いた講義と、数学検定を知ってもらうために過去の問題を考える演習も行いました。その成果を確かめる機会として、数学検定の団体受検の開催に発展しました。学習に特化した画期的な取り組み

みとなりました。



図1 「お笑い算数」の風景

数学検定の実施

令和5年2月には、算数・数学検定の団体受検を公民館事業に位置付け、共長公民館を会場にして初めて実施しました。受検者は、「ながラボ」の受講者と、受検を希望する市内在住の小中学生をあわせて26名でした。その後も、団体受検の機会を定期的に設け、市内の小中学校を通じて告知し、ウェブサイトから受検者を募りました。令和5年度は6月・11月・2月の計3回、令和6年度は2回行っています。公民館を会場とした団体受検は、3年目を迎えています。毎回25名前後の受検応募者がいることから「ながラボ」とあわせて三本柱の一本は定着したと捉えています。それを後押ししているのが、3級以上の受検者を対象とした検定料の補助と、3級以上に合格した小学生と、準2級以上に合格した中学生を表彰する目的で創設された永田雅宜賞にあります。今後も子供たちに挑戦する機会を提供することを継続し、学習風土が日常化することが望まれます。

『博士のポケット 数学者・永田雅宜の生涯』の出版

永田雅宜氏の伝記を出版したことは、三本柱のII・IIIの実

現を意味します。それを可能にしたのは山本友和氏でした。山本氏は、かつて大府市をはじめとした愛知県知多半島地域の小中学校で数学の教鞭をとられた方で、現在は本市の生涯学習審議会委員を務めています。氏は、令和4年9月に永田氏の生涯を記した『博士のポケット 数学者・永田雅宜の生涯』の原稿を執筆されました（図2）。本市は、その原稿をもとに書籍の刊行を行うことを決め、令和4年度末の実現を目指しました。

文章は、誰が読んでも理解しやすいように、読み難い漢字と氏名・地名にはルビを付ける工夫をしました。また、体裁はカバーの付いた上製本仕様とし、本文以外にも永田氏の経歴と、主要な著作・論文一覧などを付けた内容で編集作業を行いました。さらに、永田氏の考え方を広める目的で、販売用に装丁を簡素にして、令和6年度中に増刷しました。



図2 『博士のポケット 数学者・永田雅宜の生涯』

伝記本の概要

永田雅宜氏は世界的な数学者です（図3）。氏は本市で誕生し、学童期から青年期を大府の地で過ごしました。姉の助言や、恩師との出会いで小学校の先生になることを心に決め、その思いを胸に、京都大学などにおいて研究者として数々の業績を積み上げてこられました。研究者であるとともに、後進の指導と育成を行う教育者でもありました。第一線を退いた後、かつて学校の先生になりたかったという思いは、兵庫県多可町（旧八千代町）での「おもしろ算数・数学講座」で実現しました。子



図3 学士院賞記念講演中の永田雅宜氏

生し、学童期から青年期を大府の地で過ごしました。姉の助言や、恩師との出会いで小学校の先生になることを心に決め、その思いを胸に、京都大学などにおいて研究者として数々の業績を積み上げてこられました。研究者であるとともに、後進の指導と育成を

編集後記

今年は4月13日から半年にわたって大阪・関西万博が開催されます。各国のパビリオンを巡ったり、イベントに参加したり、何だかワクワクしますね。

次号も「評価から見た主体的・対話的で深い学び」について特集します。

供たちと算数を通じてふれあう穏やかな日々など、永田氏の生涯から晩年までの生涯が描かれています。

おわりに

平成29年度に始動した『永田雅宜氏プロジェクト』は、8年が経過し、算数・数学講座「ながラボ」・算数・数学検定の団体受検の実施・伝記本の出版に発展しました。今後は、市民の中に永田雅宜氏が目指した「考えることは楽しい」が浸透し、子供たちをはじめとしたさまざまな年代の市民が行う学びの場で、氏の考えが生かされることを願っています。



<参考>

■『博士のポケット 数学者・永田雅宜の生涯』

本文執筆／山本友和、
イラスト／あいばまさやす（風景）、澤田まなみ（似顔絵）、
体裁／四六判、カラー印刷、縦書き、
本文115頁（資料編含む）、カバーなし、
価格／730円（税込み）、
購入方法／窓口販売：協働推進課・市内全公民館
郵送・宅配便：詳細はウェブサイトに掲載

■公式ウェブサイト

https://www.city.obu.aichi.jp/bunka/manabi/kouminkan_shisetsu/1007020/1030874.html



脚注

*1 「ながラボ」とは、永田雅宜氏にちなんだ講座であることから名付けたもので、氏の苗字の一部の「なが」と、実験・研究を意味するラボラトリーという英単語の一部の「ラボ」をあわせた造語

「数学用語」その5

「n乗はn回かける」を検討する

サイエンスナビゲーター® 桜井 進/さくらいすすむ

2×2×2の表現

2×3は「2に3をかける」「2と3のかけ算(積)」, 2×3×4は「2に3をかけて4をかける」「2と3と4のかけ算(積)」などと表現します。これが同じ数のかけ算になると表現は変わります。2×2×2は「3個の2のかけ算(積)」 「2を3回かける」そして累乗として「2の3乗」などと表現されます。「3個の2のかけ算(積)」という個数を用いた表現には問題はありません。実際、中学数学の教科書では、累乗の説明に「個数」の表現が用いられています。それに対して「2を3回かける」は、慣用的な表現としては広く一般に使われています。「3個の積」の代わりに「3回かける」が使われるようになったとも考えられます。

しかし、考えようによっては「2を3回かける」には疑問が見いだされます。3回かけていないのではないかということです。2×2×2=2「×2」「×2」なので「×2」(2をかける)は2回、すなわち2×2×2は、2に2を2回かける、という表現もできることになります。

「累乗 a^n はaをn回かけること」…(a)

たいてい、累乗は $a^n = a \times \dots \times a$ のことであり、「 a^n はn個のaの積」「 a^n はaをn回かけること」と説明されます。前述したように、「n個の積」と同じ意味で「n回かける」が使われていると思われる。(−2)³=(−2)×(−2)×(−2), 0.05¹=0.05, 1.2²=1.2×1.2, 3⁴=3×3×3×3のように、指数が1以上の整数とする累乗の説明に対して「 a^n はaをn回かけること」は問題ありません。

「n乗はn回かける」は「0乗が1」を説明できない

中学数学で習う累乗 a^n は、高校数学の指数関数 a^x になると、指数の範囲が1以上の整数から0, 負の整数, 有理数, そして実数まで拡張できることを指数法則とともに学びます。

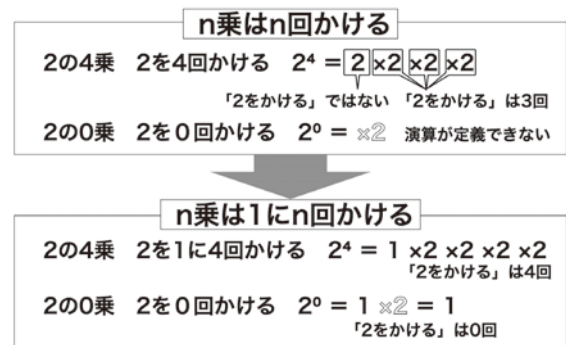
そこで登場するのが「 $a^0 = 1$ 」ですが、「 a^n はaをn回かけること」からはこれを説明することができません。nが0の場合すなわち「 a^0 はaを0回かけること」では演算が定義できないからです。0回とは0個ですから「 $a^0 = \dots$ 」と右辺は何もない式になります。そこで $a^0 = 1$ であることを

あらためて言及することになります。例えば、 $2^3 = 8$, $2^2 = 4$, $2^1 = 2$ のパターンからルール「指数が1小さくなる」と右辺は2分の1になる」を帰納することで、 2^0 は $2^1 = 2$ の2分の1になるので1になるという説明。指数法則 $a^{x+y} = a^x \times a^y$ において、 $y=0$ とすれば $a^{x+0} = a^x \times a^0$, これより $a^0 = 1$ が得られます。はたして、学習者の多くは $a^0 = 1$ を計算するのではなく覚えることになります。ちなみに底が無理数の場合であれば、指数関数と三角関数の関係であるオイラーの公式($e^{ix} = \cos x + i \sin x$)において、 $x=0$ とすれば $e^0 = 1$ (eはネイピア数)が得られます。

「n乗は1にn回かける」…(b)

「 a^n はaをn回かけること」…(a)を次のように変形します。 $a^n = 1 \times a \times \dots \times a$ として「 a^n は1にaをn回かけること」…(b)。2×2×2と1×2×2×2はどちらも8であるように、指数nが1以上の整数の場合、(a)と(b)による累乗の値は等しいことは明らかです。(a)と(b)の違いは2つあります。(a)では2×2×2の左端の2は何かにかけるには含まれません。したがって、2「×2」「×2」は「2に2を2回かける」となるのに対して、(b)では1「×2」「×2」「×2」となり、本当に「2を3回かける」こととなります。そして、(a)では説明できない $a^0 = 1$ が(b)では説明できます。「 2^0 は1に2を0回かける」とは1の後に「×2が0回」すなわち「×2がない」ことなので、 $2^0 = 1$ となります。

このように、(b)によれば、 $a^0 = 1$ は単に暗記するものではなくになります。筆者が(a)と(b)の対比に注目したきっかけはまさしく $a^0 = 1$ でした。「 $a^0 = 1$ をいかに簡単に説明できるか」について考察を続けてきました。そして辿り着いたのが(b)です。「n回かける」の言葉使いの曖昧さも解決できて一石二鳥です。当たり前に使われている数学の言葉使い、これを検討することが数学の学びに繋がります。



大阪オフィス

〒543-0052 大阪市天王寺区大道4丁目3番23号
TEL.06-6775-6538 / FAX.06-6775-6515

東京オフィス

〒113-0023 東京都文京区向丘2丁目3番10号
東大前HiRAKU GATE2階
TEL.03-3814-5204 / FAX.03-3814-2156

E-mail : info@rimse.or.jp

https://www.rimse.or.jp

※本冊子は、上記ホームページでもご覧いただけます。

印刷所：岩岡印刷株式会社

デザイン：株式会社 アートグローブ

本文イラスト：株式会社 アートグローブ

表紙写真：提供：© Jens Magnusson/Ikon Images/amanaimages