

1 みたいな分数 ナンバー 1

太子町立龍田小学校5年 山本 彩奈

1 はじめに

コロナのために学校がないので、お父さんが小学5年で習う分数の足し算のために、分数のおもちゃを買ってくれました。それは、トレイに「 $1/2$ 」「 $1/3$ 」「 $1/4$ 」「 $1/5$ 」「 $1/6$ 」「 $1/7$ 」「 $1/8$ 」「 $1/9$ 」「 $1/10$ 」

「 $1/12$ 」の分数ピースを組み合わせて円形の「1」を作るパズルゲームです。てき当に組み合わせていたら、右の写真のようにトレイにぴったりはまる組み合わせを見つけることができました。しかし、お父さんに「それは1じゃないよ。1より少し大きいよ。」と言われました。おもちゃの説明書には、「トレイにピースをはめ込んだときぴったりとはまったようでも1でないことがあります。これは、ピースをはめ込んだ時に多少のあそびを持たせているためです。」と書いてありました。



このパズルゲームでは、1より少し大きくてもトレイにはまることがあるのです。そこで、1みたいに見えるけれど、1ではない分数ナンバー1を見つけようと思いました。分数ナンバー1とは、「1より大きく、1に最も近い分数の組み合わせからなる数」としました。

2 研究方法

分数ピースは全部で10種類66枚あります。このため、66枚を使った組み合わせは数え切れないほどあり、「1より大きく1に近づくための法則」を見つけにくいと思いました。そこで実験は10種類の中から2種類の分数ピースを選び組み合わせることで、法則を見つけることにしました。そして、その法則をもとに、10種類66枚の分数ピースから最強の組み合わせを考えました。

実験 (1より大きく1に近づくための法則はなに?)

(1) 私は、分母の数がそろっていない足し算の方法をまだ習っていないので、分数を小数に直して計算することにしました。計算機を使い分数を小数に直し、分数ピースにマジックで書きました。

$$\left\{ \begin{array}{lll} 1/2 \cdots 0.5 & 1/3 \cdots 0.33333333 & 1/4 \cdots 0.25 \quad 1/5 \cdots 0.2 \\ 1/6 \cdots 0.16666666 & 1/7 \cdots 0.142857142 & 1/8 \cdots 0.125 \\ 1/9 \cdots 0.1111111 & 1/10 \cdots 0.1 & 1/12 \cdots 0.08333333 \end{array} \right\}$$

(2) トレイに2種類の分数ピースを並べながら、1より大きく、1にできるだけ近くなるような組み合わせを探しました。

<例> 「1/2」と「1/3」の2種類のピースの場合

1/2が1枚、1/3が2枚のとき最も1に近づく

(3) 並べた分数ピースに書いてある小数を、計算機で足し算し、2種類のピースの合計を計算しました。

3 実験結果と考察

表1の上段にピースの合計、下段に使った2種類のピースの枚数を表しました。そして、ピースの合計の数字が1通りしかないものを青色に、2つ以上あるものをオレンジ色にぬりました。

表1 1に最も近づく2種類の分数ピースの組み合わせ

①	②	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10
1/3	1.16666666 ②枚、②枚									
1/4	1.25 ③枚、②枚	1.08333333 ③枚、①枚								
1/5	1.1 ③枚、②枚	1.06666666 ②枚、②枚	1.05 ④枚、①枚							
1/6	1.16666666 ④枚、②枚	1.16666666 ⑤枚、①枚	1.08333333 ⑤枚、①枚	1.03333333 ⑤枚、①枚						
1/7	1.07142857 ④枚、②枚	1.04761904 ⑤枚、①枚	1.03571428 ②枚、③枚	1.02857142 ③枚、③枚	1.02380952 ⑥枚、①枚					
1/8	1.125 ⑤枚、①枚	1.04166666 ③枚、②枚	1.125 ⑦枚、①枚	1.025 ⑤枚、②枚	1.04166666 ③枚、②枚	1.01785714 ⑦枚、②枚				
1/9	1.05555555 ⑤枚、②枚	1.11111111 ⑦枚、③枚	1.02777777 ⑦枚、②枚	1.02222222 ②枚、④枚	1.05555555 ②枚、⑤枚	1.01587301 ④枚、④枚	1.01388889 ⑧枚、①枚			
1/10	1.1 ⑥枚、②枚	1.03333333 ⑦枚、②枚	1.05 ⑧枚、①枚	1.1 ⑨枚、②枚	1.03333333 ②枚、⑤枚	1.01428571 ③枚、⑤枚	1.025 ⑨枚、①枚	1.01111111 ⑨枚、②枚		
1/12	1.08333333 ⑦枚、②枚	1.08333333 ⑦枚、③枚	1.08333333 ⑦枚、③枚	1.01666666 ⑤枚、③枚	1.08333333 ⑨枚、②枚	1.01190476 ⑦枚、③枚	1.04166666 ⑧枚、③枚	1.02777777 ⑦枚、④枚	1.01666666 ⑤枚、④枚	

<考察1>

分数ピースの合計が1通りしかない組み合わせ（表1の青色）に注目しました。合計の大きいものから順に並べると、右表になりました。分母の数が大きい組み合わせのとき、1に近づいていたので、分母の和や積との関係を探りました。そうすると、「 $1/3$ と $1/9$ 」の組み合わせをのぞくと、分母の積が大きくなるほどピースの合計が小さくなりました。だから、1に近づく分数ピースの組み合わせは、分母の積が大きい方がよいと考えました。

組み合わせ	合計	分母の和	分母の積
$1/4$ と $1/2$	1.25	6	8
$1/3$ と $1/9$	1.11111111	12	27
$1/7$ と $1/2$	1.071428571	9	14
$1/5$ と $1/3$	1.066666666	8	15
$1/7$ と $1/3$	1.047619048	10	21
$1/7$ と $1/4$	1.035714286	11	28
$1/7$ と $1/5$	1.028571429	12	35
$1/7$ と $1/6$	1.023809524	13	42
$1/9$ と $1/5$	1.022222222	14	45
$1/8$ と $1/7$	1.017857143	15	56
$1/9$ と $1/7$	1.015873016	16	63
$1/10$ と $1/7$	1.014285714	17	70
$1/9$ と $1/8$	1.013888889	17	72
$1/12$ と $1/7$	1.011904762	19	84
$1/10$ と $1/9$	1.011111111	19	90

<考察2>

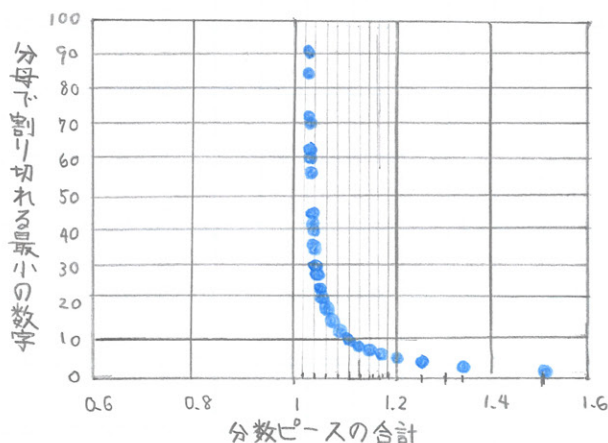
次に、分数ピースの合計が2つ以上ある組み合わせ（表1のオレンジ色）に注目しました。これらの組み合わせでは、分母の積が大きくなるほど、1に近づくわけではありませんでした。しかし、分数ピースの合計が1.033333333について考えたとき、新しい発見がありました。

1.033333333になるには、右表の3通りの組み合わせがあります。「 $1/6$ と $1/10$ 」の分母の両方は、「 $1/6$ と

組み合わせ	合計	分母の積
$1/5$ と $1/6$		30
$1/3$ と $1/10$	1.033333333	30
$1/6$ と $1/10$		60

$1/10$ 」の分母の積“60”を割り切ることができるのですが、「 $1/5$ と $1/6$ 」「 $1/3$ と $1/10$ 」の分母の積“30”も割り切れることに気が付きました。つまり、「 $1/5$ と $1/6$ 」「 $1/3$ と $1/10$ 」「 $1/6$ と $1/10$ 」の3通りは、2つの分母の両方で割り切れる最小の数字が“30”であることに気が付いたのです。そこで、表1のすべての組み合わせについて、2つの分母の両方で割り切れる最小の数字を考えたところ、次の表やグラフのようになりました。

組み合わせ	ピースの合計	割り切れる 最小の数字
1/2と1/2	1.5	2
1/3と1/3	1.333333333	3
1/2と1/4、1/4と1/4	1.25	4
1/5と1/5	1.2	5
1/2と1/3、1/2と1/6、1/3と1/6、1/6と1/6	1.166666667	6
1/7と1/7	1.142857143	7
1/2と1/8、1/4と1/8、1/8と1/8	1.125	8
1/3と1/9、1/9と1/9	1.111111111	9
1/2と1/5、1/2と1/10、1/5と1/10、1/10と1/10	1.1	10
1/2と1/12、1/3と1/4、1/3と1/12、1/4と1/6、1/4と1/12、1/6と1/12、1/12と1/12	1.083333333	12
1/2と1/7	1.071428571	14
1/3と1/5	1.066666667	15
1/2と1/9、1/6と1/9	1.055555556	18
1/4と1/5、1/4と1/10	1.05	20
1/3と1/7	1.047619048	21
1/3と1/8、1/6と1/8、1/8と1/12	1.041666667	24
1/4と1/7	1.035714286	28
1/5と1/6、1/6と1/10、1/3と1/10	1.033333333	30
1/5と1/7	1.028571429	35
1/4と1/9、1/9と1/12	1.027777778	36
1/5と1/8、1/8と1/10	1.025	40
1/6と1/7	1.023809524	42
1/5と1/9	1.022222222	45
1/7と1/8	1.017857143	56
1/5と1/12、1/10と1/12	1.016666667	60
1/7と1/9	1.015873016	63
1/7と1/10	1.014285714	70
1/8と1/9	1.013888889	72
1/7と1/12	1.011904762	84
1/9と1/10	1.011111111	90



上表や左グラフより、「分母の積」ではなく、「2つの分母の両方で割り切れる最小の数字」を考えることで、次にしめす法則が、すべての組み合わせで成り立つことがわかりました。

2つの分母の両方で割り切れる最小の数字が大きくなるほど、ピースの合計が小さくなる。このため、2つの分母の両方で割り切れる最小の数字が大きいほど、1に近い分数の組み合わせになる。

<考察3>

考察2で見つけた法則「2つの分母の両方で割り切れる最小の数字が大きいほど、1に近い分数の組み合わせになる」を利用し、10種類66枚の分数ピースから、1に最も近い最強の組み合わせを見つけることにしました。10種類の分母で割り切れる最小の数字の求め方を、右のように、お父さんに教えてもらいました。

2)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12
2)	1	3	2	5	3	7	4	9	5	6
2)	1	3	1	5	3	7	2	9	5	3
3)	1	3	1	5	3	7	1	9	5	3
3)	1	1	1	5	1	7	1	3	5	3
5)	1	1	1	5	1	7	1	1	5	1
7)	1	1	1	1	1	7	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

10種類のピースのうち「 $1/8$ 」「 $1/7$ 」「 $1/5$ 」「 $1/9$ 」を使えば、10種類の分母で割り切れる最小の数字をつくることができます。その最小の数字は $8 \times 9 \times 5 \times 7 = 2520$ なので、きっと1みたいな分数の組み合わせができるはずです。

そこで、「 $1/8$ 」「 $1/9$ 」「 $1/5$ 」「 $1/7$ 」の分数ピースを使って、実験(2)、(3)と同じ方法で、分数ピースをトレイに並べながら、最も1に近づく組み合わせを考えました。

右の写真のように「 $1/8$ 」が1枚、「 $1/9$ 」が3枚、「 $1/5$ 」が2枚、「 $1/7$ 」が1枚のとき、分数ピースがトレイにびったりはまりました。その時の合計は1.001190476になり、他の組み合わせと比べると、1より大きく、1に最も近くなりました。私はこの組み合わせが、1みたいに見えるけど、1ではない分数ナンバー1だと思います。



今回の実験を通して、一番難しか、たのは、分数ピースを何枚組み合わせるか考えるときでした。10種類の分母で割り切れる最小の数字により「 $1/8$ 」「 $1/9$ 」「 $1/5$ 」「 $1/7$ 」を使うことがわかりましたが、それぞれを何枚使うのかを探すのにとても時間がかかりました。だから、来年は組み合わせの法則について調べてみたいと思います。